INTRODUCTIO
AD
VERAM PHYSICAM.
SEU
LECTIONES PHYSICÆ.

Habitæ in Schola Naturalis Philosophiæ Academiæ OXONIENSIS,

Quibus accedunt Christiani Hugenii *Theoremata de Vi Centrifuga & Motu Circulari demonstrata,*

Per JO. KEILL è Coll. Ball. A. M. & Reg. Soc. Socium.

OXONIÆ,

E THEATRO SHELDONIANO,

Impensis *Thomæ Bennet*, ad Insigne Lunæ Falcatæ in Cœmeterio S. *Pauli* LONDINI, An. Dom. MDCCII.

Imprimatur,

RO. MANDER

Vice-Can. OXON.

Feb. 14. 170$\frac{1}{2}$.

BRITISH MUSEUM

p Uium 3:

Nobilissimo & Honoratissimo

D^NO. D^NO. THOMÆ

COMITI

PENBROCHIÆ,

ET

MONTGOMERIÆ &c.

Nobilissimi Ordinis Periscelidis Equiti,

SUMMO

CLASSIUM BRITANNICARUM

PRÆFECTO.

TIBI, Vir Honoratissime, Exercitationes hasce destinantem, merito me deterreret Dignitatis Tuæ splendor & amplitudo, nisi illis aditum aperire præ se ferret ea, quam

quam Tu foves & ornas, philosophia. Cum enim gravissimis Reipublicæ negotiis, ingenua literarum studia admiscere soleas, eum ad Te haud ægre sines accedere, qui tantas quidem curas Tuas interpellare minime audet, otio tamen aliquid liberalis oblectamenti offerre magnopere cupit. Hoc enim cum paucis commune habes, ut idem & in literis optime versatus sis, & in Republica; idem tam philosophorum scholis, quam Regum conciliis præesse merearis.

Dum itaque in idoneis consiliis adhibendis quam sapiens sis, Regum sapientissimus; in fœderibus sanciendis quam pru-

dens

dens ſis, univerſa loquitur *Europa*, quam interim de literis meritus es laudem, ab Academico ne recuſes.

Liceat etiam & nobis Tibi de noviſſimis Tuis honoribus gratulari, liceat nobis cum patria una gaudere, id Tibi deferri munus, quod non modo virum in rebus gerendis fidum fortemque, ſed reconditiore matheſeos ſcientia optime inſtructum deſiderat. Hiſce ſtudiis ita animum imbuiſti Tuum, ut in Tuis manibus Præfectura Claſſium & Oceani Imperium, hoc eſt, populi *Anglicani* ſalus & tutela tuto poſſit deponi. Dum itaque eo in munere verſaris, ut ejuſmodi literaturæ ſepoſitam

positam olim apud Te supellectilem revisere denuo & in lucem proferre liceat; sinas Vir Nobilissime, ut hosce in re physica conatus mathematicis argumentis potissimum innixos, ad Te haud importunus deducam, qui quidem quocunque rationis pondere fulciri videantur, ad judicium Tuum non appellant sed implorant Patrocinium

Illustrissimæ Meritissimæque

Dignitatis, Nobilitatis

& Magnitudinis Tuæ

Observantissimus Cultor

JO. KEILL.

PRÆFATIO.

QUAMVIS nunc dierum celebretur philosophiæ mechanicæ nomen, & insignes in hoc ævo obtineat sui cultores; in plerisque tamen physicorum scriptis, vix quicquam mechanicæ præter ipsius nomen inveniri potest. In cujus locum substituunt philosophi corpusculorum, quæ nunquam viderunt, figuras, vias, poros & interstitia, partium intestinum motum, pugnas & conflictus Alkali & Acidi, & quid boni malive exinde oritur ita ad amussim narrant, ut nihil in historia naturali præter fidem desideretur, quoties materiæ subtilis miracula prædicant, miracula dico, nam illud proculdubio miraculi instar est, quod contra passim notas naturæ leges, & stabilita mechanicæ principia evenit; qualia futura essent omnia naturæ phænomena, si à materia subtili & methodo operandi à physicis tradita producerentur.

Ad ipsam naturam explicandam postulata adhibent quæ nec fieri possunt nec intelligi, & quæ magis implicata sunt, quam illa ipsa phænomena quorum causas investigant. Quod si ipsis sua concedantur postulata, non tamen exinde orientur effectus isti, quorum rationes & origines se eneucleasse gloriantur.

Ne vero quisquam hoc gratis & malevole à nobis dictum suspicetur, theoriam illam, quam ad explicandam affectionem corporum terrestrium omnium maxime universalem condiderunt, examini subjiciamus; gravitatem intelligo, quam ex legibus mechanicis

nicis per materiæ subtilis actionem se deduxisse maxime jactitant.

Cartesiani gravitatem ab actione materiæ cælestis oriri volunt, quæ in vortice agitata circa terram defertur, & proinde quantum possit à terra recedit, & corpora terrestria minus agitata versus terram propellit. Vel, ut clarius recentiores mentem suam explicant, cum materia ætherea continuos circa terram gyros perficiat, corporum in circulo moventium ritu, conatum à centro motûs recedendi habebit, adeoque corpora terrestria minorem vim habentia versus centrum protrudet; ut aqua versus terram gravitans corpora minoris pro mole ponderis demersa sursum seu ad circumferentiam pellit.

Hæc utcunque speciosa prima facie videantur, si ad examen revoces, omnibus fere naturæ legibus adversari invenies. Nam primo Cartesiani postulant materiam ætheream circa terram in circulis deferri; at qua ratione motus iste oriatur, aut quo pacto conservetur æque arduum esset exponere, ac ipsius gravitatis rationem reddere; qui igitur gravitatem exinde ortum suum ducere contendunt ignotum per ignotius explicare suscipiunt, præsertim cum non pauca adduci possunt argumenta quibus istiusmodi rotatio penitus evertitur. Verum Cartesianis concedamus illud postulatum, & videamus utrum exinde sequetur quod volunt phænomenon. Cum necesse sit ut vorticis terram circumrotantis velocitas ad terræ superficiem sit æqualis ipsius terrenæ rotationis velocitati (nam si major esset, aliquid ejus motus in terram impenderetur, quo fieret ut ipsius velocitas semper minueretur & terræ augeretur donec ad æqualitatem pervenirent,) unde ex notis

Terræ

Terræ magnitudine & tempore rotationis, dabitur ſpatium, quod corpus urgente vi centrifuga materiæ cœleſtis percurrere poteſt, in dato tempore, æquale ſcil. arcus interea deſcripti quadrato ad circuli diametrum applicato. Per Lem. 2. ad demonſtrationes Theorematum Hugenii *de Vi Centrifuga & Motu Circulari. Ex quo principio ſi calculus ineatur, inveniretur ſpatium quod tempore unius ſcrupuli ſecundi à corpore vi centrifuga ætheris agitati percurrendum non excedere unius pedis dimidium: ſi igitur mechanice produceret effectum gravitatis, tempore unius ſcrupuli ſecundi gravia non ultra dimidium pedis deſcenderent, at gravia in motu ſuo deorſum pedes 15 in eo tempore percurrunt, adeoque ſi hoc modo æther gravitatis cauſa eſſet, contra mechanicas leges ageret, efficiendo ut corpus per pedes 15 in ſcrupulo ſecundo deſcendat.*

Ut hujus objectionis vim effugiant, ſupponunt materiæ ætheræ vertiginem vertigine terræ multo celeriorem. Quod licet fieri non poſſit illud, tamen ſi denuo iis concedamus, nec inde ſequetur mechanica gravitatis actio. Nam cum materia vorticis ſemper defertur in circulis æquatori parallelis, & virium centrifugarum directiones ſecundum lineas in planis horum circulorum jacentes ſemper fiant; oportet ut corpora omnia in hiſce planis deſcendant, & perpendiculariter ad axem, non ad ipſam terram tendant. Si igitur materia ſubtilis mechanice ageret, corpora ad axem rectà pelleret, unde cum ſecundum hos Theoriſtas ad centrum terræ tendere cogit, effectum à veris mechanicæ legibus abhorrentem producit.

Ut hanc difficultatem tollant, ulterius ſupponunt

 materiam

materiam æthercam non in circulis æquatori parallelis, sed in magnis sphæræ circulis deferri; at quo pacto hoc concipi possit, plane nescio; cum enim quivis circulus maximus alios omnes infinitos bis secet, oportet ut motus particulæ cujusvis ab aliis infinitis secundum diversas vias pergentibus impediatur, atque tandem motus ejus sistatur, si primò in omnes partes æqualis impressa fuerit motus quantitas; vel ut ultima in circulis parallelis omnis deferatur, si major fuit ab initio motus versus unam partem quam aliam. Sed adhuc quæri potest unde fit ut materia atherea in superficie sphæræ extimæ moveatur, cum vim centrifugam habet, videtur ipsam debere inde recedere; quid igitur est quod ipsam cohibeat? dicunt alia corpora ambientia materiam in extima superficie coarctare & ejus recessum impedire. Cum autem oportet ut materia hæc alia corpora ambientia premat, necesse est ut motum ipsis communicet; & hæc corpora aliis ipsa ambientibus motum etiamnum imprimen, atque sic in infinitum propagabitur motus materiæ subtilis, unde necesse est ut celeritas ipsius paulatim languescat.

Aliæ quam plurimæ difficultates mechanicas hasce gravitatis explicationes urgent, quarum unam ad omnes istiusmodi ipsius theorias se extendentem libet proponere. Scilicet si corpus deorsum à materia subtili, quovis modo pellatur, vis qua pellitur necessariò erit ut numerus particularum, quibus simul agentibus versus terram truditur; sed numerus particularum est ut corporis superficies; quare erit vis quâ corpus deorsum premitur ut ejusdem superficies & non ut ipsius quantitas materiæ, quod experientiæ contradicit. Nec cæteras plerasque omnes,

omnes, quas de aliis rebus condunt hypotheses, si ad examen reducantur, naturæ legibus minus repugnantes inveniemus.

Omnium errorum fons exinde permanasse videtur, quod homines Geometriæ ignari philosophari ausi sunt & rerum naturalium causas reddere. Quid enim aliud præter hallucinationes ab iis expectandum, qui Geometriam totius physicæ fundamentum neglexerunt, & ignotis naturæ viribus per Geometriam tantum æstimandis, ipsius tamen operationes, methodo regulis mechanicis minime congruâ explicare sunt aggressi?

Inter hujusmodi philosophos Cartesius agmen ducit, qui etiamsi Geometra fuerit insignis, ignavo tamen & desidi ut placeret philosophantium populo nullum Geometriæ usum in philosophia sua adhibuit; & quamvis profiteatur se omnia mechanice per materiam & motum explicaturum; philosophiam tamen excogitavit, quæ à veris mechanicæ legibus tantum abhorret quantum quæ longissime. Illius sectæ nomina dant, quicunque recte, hoc est, Geometrice philosophandi laborem refugiunt: magna equidem turba per orbem terrarum longe lateque diffusa.

At licet tanta philosophantium pars umbram philosophiæ non ipsam substantiam amplexa sit; non tamen desunt (nec ut spero unquam deerunt) qui in veris naturæ legibus perscrutandis, & rerum causis per principia mechanica exinde investigandis haud inanem posuerunt operam.

Inter antiquos physicos præcipue eminuit Divinus Archimedes, *qui præter illa Geometrica sui monumenta, Mechanicæ & Staticæ principia duobus libris* De æquiponderantibus & De Humido Insidentibus

ſidentibus *nobis demonſtrata reliquit. Poſt hunc per longam annorum ſeriem delituit mechanica philoſophia, nec niſi paucis quibuſdam accuratioris ingenii viris exculta eſt. Inter quos* Rogerus Bacon Oxonienſis & Hieronymus Cardanus *meritò nominandi ſunt. Tandem ſub initio ſeculi ultimo elapſi, nobilis ille Lynceus philoſophus* Galileus, *clave Geometrica rurſus reſeratis naturæ clauſtris, novam condidit de motu ſcientiam, & methodum monſtravit, qua rerum cauſæ mechanicæ ſint indagandæ. Ejus veſtigiis inſiſtentes, inſignes viri* Torricellius & Paſchalius *philoſophiam novis ſpeculationibus adauxerunt. Poſtquam vero à duobus potentiſſimis regibus Societates* Londinenſis & Pariſienſis *ad philoſophiam excolendam inſtitutæ fuerint; miris inventis ampliata eſt rerum naturalium ſcientia, non iis ſolum quæ in nuda ſpeculatione verſantur, ſed aliis quamplurimis quæ hominum utilitatibus inſerviunt. Arduum eſſet negotium innumera illa recenſere beneficia, quæ ex utriuſque ſocietatis laboribus humano generi provenerunt; nec facile eſt oſtendere, quantum debebit omnis poſteritas illuſtris* Hugenii *Geometricis de motu pendulorum demonſtrationibus, aut egregiis nobilis* Boylei *experimentis, quibus admiranda plurima retegit naturæ arcana.* Walliſii *Geometriam de motu, Opus in ſuo genere perfectiſſimum, grato animo revolvent ſeri nepotes. Non ulterius torquebunt philoſophos fluviorum & ventorum cauſæ ab acutiſſimo Geometra* Halleio *in Tranſact. Philoſoph. traditæ, ante ipſum fruſtra tentatæ.*

Ad aliorum erga rempublicam philoſophicam merita commemoranda pergerem, niſi circa Newtoni *præclara*

ra inventa non subsistere nefas ducerem, cujus sagacissimum ingenium plura & abstrusiora patefecit naturæ mysteria quam sperare mortalibus fas erat; cumque illius inventa intra angustos hujus præfatiunculæ limites non sunt coarctanda, sufficiat hoc solum indicâsse: quod quæcunque Patres nostri ab omni temporum memoria de philosophia mechanica nobis tradiderunt, ea ne ad decimam eorum assurgunt partem, quæ proprio Marte, per summam in Geometria peritiam adinvenit Newtonus. *Quam facile autem principia mechanica ad explicandos motus cælestes ipsorumque inæqualitates, res longe à nobis dissitas, adhibentur, brevi literato orbi patefacient, postquam prodierint Astronomiæ, Physicæ & Geometricæ Elementa* D. Gregorii *M. D. Astronomiæ Professoris Saviliani. Opus cum Sole & Luna duraturum.*

Cum vero talis sit philosophiæ mechanicæ status, ut nulla alia ratione quam per Geometriam aditus ad ipsam pateat; id à me efflagitabant amici mei ut ipsius principia faciliora à primis tantum Geometriæ Elementis pendentia, & quæ exinde fluunt phænomena Juventuti Academicæ exponenda susciperem; quod etiam à me non iniquo jure postulavit Vir Clarissimus & omni literarum genere ornatus Dominus Thomas Millington *Eques M. D. Philosophiæ Naturalis in hac Academia Professor* Seldeianus, *& Collegii Medicorum apud* Londinenses *præses, cum me ad munus hoc obeundum in scholis publicis suffecit. Illius consilio sequentes in Academia lectiones habui; in quibus id præcipue mihi curæ fuit, ut discentium conceptus de generalibus corporum affectionibus rite & distincte formarentur;*

marentur; ab obscuris enim & falsis de rebus ideis, omnes in re physica errores originem ducunt; ideoque corporis extensionem soliditatem & divisibilitatem à plerisque satis obscure traditas, quantum potui, dilucide exposui: deinde motûs naturam & proprietates, ab omnibus præterquam quibusdam philosophis satis clare concipiendus, explicui, & leges naturæ exinde deduxi, vim gravitatis seu pondera corporum quantitatibus materiæ in iisdem proportionalia esse, & principium quo per machinas magna pondera elevantur. Ostendi motus deinde leges, & causam accelerationis gravium ab iisdem pendentem, & qua proportione crescunt vel decrescunt spatia à gravibus pro variis temporum intervallis percursa monstravi. Hisce succedunt regulæ congressuum tam in corporibus duris quam elasticis, & modus quo ictus magnitudo æstimanda est: quibus adjunxi motuum compositiones & resolutiones, & alia quædam theoremata, quorum haud exiguus est in philosophia usus: & ut ulterius videant philosophi, quousque se extendat in scientia rerum naturalium Geometriæ etiam elementaris usus, pulcherrima illa Hugenii *theoremata de Vi Centrifuga & Motu Circulari ex Elementis demonstravi.*

In tenebris, quibus fortasse dignæ sunt, Lectiones hæ delituerant, nisi me ignavum nimis ad ipsas edendas excitasset Reverendus Dominus Rogerus Mander *S.T.P. Collegii* Balliolensis *Magister, & hujus Academiæ Vice-Cancellarius, vir non minus bonarum artium quam morum disciplinis intentus, cui proinde lector acceptum referre debet, si quid sequentium lectione profecerit.*

LECTIO. I.

De Methodo Philosophandi.

QUandoquidem Muneris Nostri institutum postulat, ut coram vobis, Academici, corporum naturas & affectiones explicandas suscipiamus, necessarium duximus, priusquam rem ipsam aggrediamur, quædam, de Physicorum sectis, principiis, & methodis præfari; eamque rationem exponere, quam amplexuri sumus in scientia corporum naturalium investiganda.

Philosophorum, qui de rebus physicis scripserunt, quatuor præ cæteris genera inclaruerunt. Primum est eorum, qui rerum naturas per numerorum & figurarum Geometricarum proprietates illustrarunt, dicam? an occuluerunt? quales scil. fuere Pythagorici & Platonici, quippe qui dogmata sua temere in profanum vulgus effundere non sustinuerunt, ideoque larvis & Hieroglyphicis ex Geometria & Arithmetica petitis Physicam suam velarunt, nec quisquam eorum discipulus, nisi post plures exactos probationis annos, ad veram physicam atque arcanam illorum Philosophiam perdiscendam admissus fuit. Quamvis hoc modo sua Philosophiæ dignitas conservata fuerit; pessime tamen nobis horum Philosophorum posteris consultum est; exinde enim adeo larvata atque tenebris involuta ad nostras pervenere manus eorum dogmata, ut quales fuerint veræ de rebus atque rerum naturis sententiæ, parum constet: quantumvis autem obscuram accepimus hujus sectæ Philosophiam, certius tamen ex ea liquet philosophos illos Geometriam & Arithmeticam

ad ſolvenda naturæ phænomena neceſſarias duxiſſe, atque in hunc finem eas adhibuiſſe.

Secunda phyſicorum gens è Scholâ Peripatetica originem duxit; hæc ſecta per materiam, & formas, privationes, virtutes elementares, qualitates occultas, Sympathias & antipathias, facultates, attractiones & id genus alia phyſicam ſuam explicavit. Verum, ut opinor, hujus nominis philoſophi non tam rerum cauſas indagaſſe viſi ſunt, quam idonea rebus ipſis impoſuiſſe nomina, atque terminos adinveniſſe quibus Actiones naturales rite deſignare poſſumus.

Tertium philoſophantium genus per experimenta procedit: atque in id ſolum incumbit, ut corporis cujuſque proprietates, & actiones omnes, per ſenſuum repræſentamina nobis innoteſcant. hujus ſectæ laboribus haud exigua debet philoſophia incrementa; plura fortaſſe exinde receptura, ſi methodi experimentalis ſectatores nullas ſibi ipſis finxiſſent theorias, ad quas confirmandas experimenta ſua peſſime detorſerunt.

Quarta denique Phyſicorum claſſis mechanica dici ſolet, & qui huic ſectæ nomina dant, omnia naturæ phænomena, per materiam, & motum, partium figuram atque texturam, particulas ſubtiles, atque effluviorum actiones, ſe poſſe enodare putant, atque horum operationes ſecundum notas atque ſtabilitas mechanicæ leges fieri contendunt.

Ex variis hiſce philoſophandi methodis, uti nulla eſt in qua omnia placent, ita in omnibus quædam probare poſſumus; quocirca ut delectus habeatur oportet, ea eligendo quæ uſui maxime futura ſunt, & rationem ex hiſce omnibus compoſitam ſequendo.

Et primo, cum antiquis Pythagoricis & Platonicis, Geometriam & Arithmeticam, tanquam artes ad rite philoſophandum neceſſàrias, in auxilium accerſemus, ſine quibus parum admodum certi de cauſis naturalibus conſtabit. Cum enim omnis actio phyſica à motu dependeat, aut ſaltem non fit abſque motu, motûs,

quantitas,

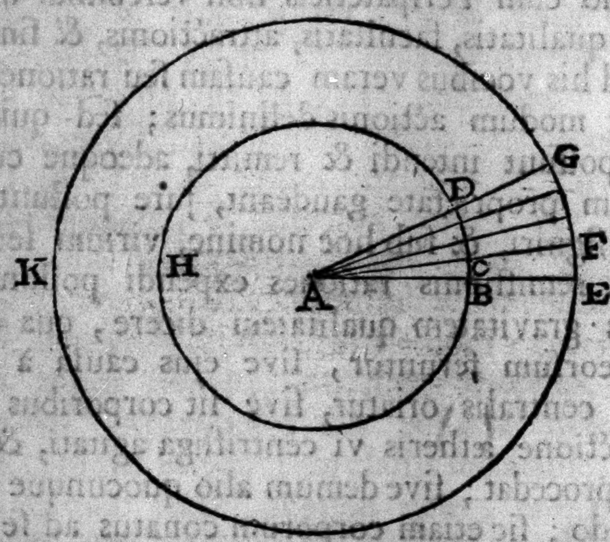
quantitas, & proportio ; corporum motorum magnitudines, figuræ, numerus, collisiones, & vires ad alia corpora movenda, investiganda erunt. Verum hæc omnia, nisi ex nota quantitatis & proportionis natura, determinari non possint : adeoque opus erit iis artibus, quæ harum proprietates demonstrant : & proinde Geometria & Arithmetica necessariæ ad rite philosophandum censendæ sunt.

Secundo cum Peripateticis non verebimur usurpare terminos qualitatis, facultatis, attractionis, & similium ; non quod his vocibus veram causam seu rationem physicam, & modum actionis definimus ; sed quia actiones hæ possunt intendi & remitti, adeoque cum illâ qualitatum proprietate gaudeant, jure possunt earum titulo insigniri, & sub hoc nomine, virium seu intensionis & remissionis rationes expendi possunt. *v. g.* possumus gravitatem qualitatem dicere, qua corpora omnia deorsum feruntur, sive ejus causa à virtute corporis centralis oriatur, sive sit corporibus innata, seu ab actione ætheris vi centrifuga agitati, & altiora petentis procedat ; sive demum alio quocunque producatur modo ; sic etiam corporum conatus ad se mutuo accedendi attractiones vocabimus, qua voce non determinamus actionis istius causam, sive fiat ab actione corporum vel se mutuo petentium, vel per effluvia emissa se invicem agitantium, seu ab actione ætheris, aut aeris, aut medii cujuscunque corpora innatantia ad se invicem utcunque impellentis, possumus, inquam, has actiones illis vocibus denotare. Et si veræ illarum causæ nos lateant, quidni etiam qualitates occultæ dici mereantur ? eodem sane jure, quo in æquatione Algebraica incognitas quantitates literis x vel y designamus, & methodo haud multum absimili, harum qualitatum intensiones & remissiones, quæ ex positis quibuscunque conditionibus sequuntur, investigari possunt. Libet hanc rem exemplo illustrare.

Utcunque ignota sit qualitatum natura, utcunque nos

lateat operandi modus, possumus tamen de earum intensione & remissione sequens demonstrare Theorema; scil. quod Qualitas seu virtus omnis, quæ undique à centro per rectas lineas propagatur, remittitur in ratione distantiæ duplicata.

Sit A punctum, à quo undique diffunditur qualitas quæcunque, secundum rectas A B, A C, A D, & cæteras innumeras per totum spatium indefinite protensas.



dico intensionem istius qualitatis decrescere in ratione ejus, qua crescunt distantiæ, duplicata; seu quod idem est, intensionem ejus in distantia æquali ipsi A B esse ad illius intensionem in distantia æquali rectæ A E, reciproce in duplicata ratione distantiæ A E ad distantiam A B. hoc est, ut quadratum ipsius A E ad quadratum ipsius A B. Cum ex hypothesi qualitas per rectas lineas undique in orbem propagatur, erit ejus intensio, in quavis à centro distantia, spissitudini radiorum in ea distantia proportionalis; per radios hic intelligimus vias rectilineas per quas diffunditur qualitas; at radii, qui ad distantiam A B diffunduntur per superficiem sphæricam B C D H, ad distantiam A E per totam superficiem sphæricam E F G H sese dispergunt; sed datorum radiorum spissitudines sunt reciproce ut spatia

quæ

quæ ab iis occupantur; nempe si superficies E F G K sit dupla B C D H, erunt radii ad superficiem B C D H duplo confertiores, quàm iidem radii sunt ad superficiem E F G K, & si superficies E F G K sit tripla superficiei B C D H, erunt quoque radii ad superficiem B C D H triplo densiores quàm iidem radii sunt ad superficiem E F G K: & universaliter quamcunque proportionem habet superficies E F G K ad superficiem B C D H, eandem habebit reciproce densitas radiorum ad superficiem B C D H ad densitatem eorundem ad superficiem E F G K. ut constat ex *Arch. de sphæra & cylindro*, superficies sphæricæ sunt in duplicata ratione diametrorum vel semidiametrorum; est igitur spissitudo seu densitas radiorum per quos propagatur qualitas ad distantiam æqualem distantiæ A B, ad eorundem densitatem in distantia æquali A E, reciproce in duplicata ratione semidiametri seu distantiæ A E ad semidiametrum seu distantiam A B; sed ut hactenus dictum est, intensio qualitatis in quavis data distantia est semper ut spissitudo radiorum per quos propagatur in ea distantia; quare erit etiam intensio qualitatis ad distantiam æqualem ipsi A B ad ejusdem intensionem ad distantiam æqualem ipsi A E reciproce in duplicata ratione distantiæ A E ad distantiam A B.

Theorema hoc universaliter demonstravimus quæcunque sit qualitatis natura, modo secundum rectas lineas agat, atque hinc sequitur luminis, caloris, frigoris, odorum, & istiusmodi qualitatum intensiones esse reciproce ut quadrata distantiarum à puncto unde procedant; Hinc etiam comparari inter se possunt actiones solis in diversos planetas, sed hæc non sunt præsentis instituti.

Post notas virium rationes in datis conditionibus seu suppositionibus, conferendæ sunt rationes illæ cum naturæ phænomenis, ut innotescat quænam virium conditiones singulis corporum generibus competunt. Verum ut hoc fiat, plurima in subsidium advocanda sunt

experimenta, qualia ſcilicet tertiæ ſectæ philoſophi nobis tradiderunt; haud ſine cautela tamen illa adhibenda ſunt, quæ non niſi à theoriſta aliquo ad ſuam probandam hypotheſim adducuntur; novimus enim hoc hominum genus, quam impenſe ſuis faveant theoriis, quam vellent eſſe veras, quam facile vel alios decipiant, vel ſeipſos in experimentis perficiendis decipi patiantur; quæ autem ab omnibus afferuntur, quæ quotieſcunque tentata, ſuccedunt, ea tanquam indubitata principiorum ſeu axiomatum loco habebimus, ſimpliciſſimis tamen & monſtratu facillimis plus eſt fidendum, quam magis compoſitis & exploratu difficilioribus.

Denique, Academici, cum antiquis Atomiſtis, & novæ philoſophiæ ſectatoribus, experiemur quæ & qualia phænomena per materiam & motum, & notas atque ſtabilitas Mechanicæ leges explicari poſſunt.

Ut vero tutius in hoc negotio progrediamur, & quantum poſſumus erroris periculum evitemus, ſequentes regulas nobiſmet obſervandas proponimus. Primo, ſecundum Geometrarum methodum definitiones ad rerum intelligentiam neceſſariæ ponendæ ſunt: nolim tamen ut à me expectetis definitiones Logicas ex genere & differentia conſtantes, vel eas, quæ intimam rei definitæ eſſentiam & ultimam cauſam prodant, has aliis diſputandas relinquo; ut ingenue fatear ignorantiam, me latent intimæ rerum naturæ & cauſæ; quicquid mihi de corporibus eorumque actionibus compertum eſt, illud vel à ſenſibus hauſi, vel ex aliqua eorum proprietate mihi per ſenſus nota, deduxi. Sufficiat ergo, ſi loco iſtiuſmodi definitionis, quam afferunt Logici, deſcriptionem adhibeamus; qua ſcilicet res deſcripta clare & diſtincte concipiatur, & ab omni alia diſcernatur. res igitur per proprietates definiemus, unam aliquam ſimplicem aſſumendo, vel etiam plures, quas experientia rebus ipſis competere certiſſime novimus, atque ex illis alias earundem proprietates methodo geometrica deducemus. Contra hanc regulam peccant

plerique

plerique philoſophiæ novæ magiſtri, qui res definiunt non equidem per proprietates rebus ipſis certo competentes, ſed per eſſentias & naturas quas ineſſe rebus ſupponunt. Supponunt quidem, at minime interim conſtat an quales illi definiunt naturas, rebus ipſis revera inſunt. E. G. Carteſiani dicunt fluidum eſse, cujus partes in continuo motu verſantur, verum nec ſenſu nec experientia nec ratione proditum eſt talem eſse fluidi naturam, imo, quod illi afferunt argumentum ad hypotheſin ſuam ſtabiliendam, hoc ipſum demonſtratione Geometrica evertemus. volunt enim corporis in fluido moventis minorem eſse reſiſtentiam, ſi partes fluidi motu inteſtino cientur, quam ſi nullus talis adeſset fluidi motus; cujus contrarium. cum de fluidorum reſiſtentia agetur, demonſtrabimus.

Quanto rectius philoſophiæ Mathematicæ ſcriptores, qui ex notiſſima fluidi proprietate illius deſumunt definitionem, Fluidum dicunt eſse corpus cujus partes vi cuicunque illatæ cedunt & cedendo facile moventur inter ſe? ex qua definitione pulcherrima condunt theoremata ad uſus humanos maxime accommoda, cum interea philoſophi Carteſiani nihil certum aut ſolidum, nedum utile, ex ſua protulerunt.

2do. In veritate phyſica inveſtiganda, utile erit conditiones ſolum primo poſitas conſiderare, & ab omnibus aliis, interea temporis abſtrahere. Mens enim humana, finita cum ſit, ſi nimia rerum multitudine implicita diſtrahatur, parum habilis ad Theoremata detegenda reddetur. hanc regulam obſervant ſcriptores mechanici in ſpatiis comparandis à duobus mobilibus percurſis. corpora enim mota in illo caſu tanquam puncta conſiderant, ab illorum magnitudine, figura, & colore abſtrahentes, quæ longitudinem percurſam nullo modo variant.

3tio. Neceſſe erit à ſimpliciſſimis caſibus ordiri, atque illis ſemel ſtabilitis, exinde ad magis compoſitos progredi licebit; ſic iidem Mechanici corporum motus

in

in vacuo ſeu medio non reſiſtente fieri ſupponunt, atque, motus legibus in illo caſu indagatis, exinde ad medii reſiſtentiæ leges inveſtigandas procedunt, & quales mutationes ex eâ corporibus motis oriri oportent, deinde contemplantur. Quo vero minus corporum motibus reſiſtit medium, eo minus recedunt corporum in eo medio motorum leges, à legibus prius inventis. Sic etiam in hydroſtatica, ſupponitur nullam eſse fluidi tenacitatem, ſeu partium cohærentiam, ſed eas poſse minima qualibet vi à ſe invicem develli; ex qua ſuppoſitione corporum dimerſorum preſſiones & poſitiones determinantur. verum fortaſse nullum eſt in natura fluidum cujus partes omni cohæſione deſtituuntur, adeoque variatio ſeu à legibus prius inventis dicrepantia inveſtiganda erit; & ſi parva admodum ſit partium cohærentia, parva erit etiam & vix ſenſibilis à prædictis legibus diſcrepantia.

Contra hanc methodi legem peccant plerique theoriſtæ, qui, primis & ſimplicioribus Mechanicæ philoſophiæ neglectis vel non ſatis intellectis principiis, ardua & difficillima problemata ſtatim aggrediuntur, & quo pacto mundus aut planeta aut animal fabricari poſſint, temerario auſu oſtendere conantur; quibuſdam in Geometria ſciolis haud abſimiles, qui cum elementa Geometriæ vix primis labiis tetegerunt, quadraturam circuli, anguli triſectionem per rectas lineas & circulares, cubi duplicationem & id genus alia ſtatim adoriuntur. Ita noſtri theoriſtæ, haud bene jactis fundamentis, inſanum extruunt ædificium, unde nil mirum erit, ſi tantæ molis opus ſtatim collabatur, haud ſine ingenti fabricantium dedecore. At rite philoſophantibus alia tentanda eſt via, alia progrediendum eſt methodo, & quamvis nec mundum, nec terram, nec alium quemvis planetam condituri ſunt, efficere tamen poſſunt, ut philoſophiæ mechanicæ principia & fundamenta clare ſtabiliantur, &, quæ exinde conſequi poſſint phænomena, explicentur.

LECTIO II.

De corporis soliditate & extensione.

Corporis definitionem non hic afferemus ex ejus intima natura seu essentia desumptam, qualem non satis perspectam habemus; nec fortasse ad ejus cognitionem unquam sumus perventuri; verum secundum regulam in priore lectione nobis propositam, per notas quasdam illius proprietates, illud ab omni alio entis genere distinguendo, definiemus: Idque corpus dicimus quod extensum est, solidum & mobile.

Nemo, ut opinor, adeo hebeti est ingenio, quin facile percipiat omnis corporis finiti aliquos esse terminos, quos superficies vocamus, harumque unam aliquam ab opposita distare, quin & hujus rursus superficiei cum infinita non sit, dantur extrema, quæ lineas dicimus, quarum necesse est aliquam esse à se invicem distantiam. Verum & harum linearum erunt aliqui termini, quos puncta nominamus, inter quæ denique aliquod intervallum poni oportet: ex hisce omnibus distantiis simul junctis, claram extensionis in trinam dimensionem, ideam percipimus. Etenim distantia inter duas oppositas ejusdem corporis superficies, illius crassities seu profunditas dicitur, distantia inter binas oppositas ejusdem superficiei lineas, latitudo vocatur, & distantia inter utramque lineæ extremitatem corporis longitudo nominari potest, nullum est corpus cui trina hæc dimensio non congruit, & quantulumcunque corpus esse supponamus, necesse tamen erit ut crassitiem latitudinem & longitudinem habeat: quod autem in corpore est, hisce omnibus destitutum, illud non corpus, sed punctum est, nec ipsa magnitudo sed magnitudinis initium aut finis.

Soliditas eſt ea corporis proprietas, per quam omnibus aliis corporibus undequaque prementibus reſiſtit, & quamdiu aliquem occupat locum, alia corpora omnia, quantacunque cum vi illud urgeant, in eodem intrare prohibet. Sic *v.g.* ſi corpus aliquod intra manus teneatur quamtumvis magna vi prematur, manus tamen ad mutuos contactus pervenire non patietur.

Hæc eſt illa proprietas, quam plerique Peripatetici impenetrabilitatem vocant, qua ſcil. duo corpora non poſſunt eſſe ſimul in eodem loco, vel ſe mutuo penetrare, ego tamen cum illuſtri hujus ætatis philoſopho, ſoliditatem malui appellare. Hæc etiam proprietas ita omnibus corporibus eſſentialis videtur ut nihil aliud in rerum natura, eſſe cernimus, cui competere poſſit; etſi enim dantur aliæ magnitudinis ſpecies, ſola tamen magnitudo corporea ſoliditatem admittit, reliqua quanta, vel etiam non quanta, ſeu puncta, poſſunt ſeſe mutuo penetrare, uniri, & in eodem eſſe loco: quippe ſi duo Globi ſibi mutuo occurrant, in concurſu punctum unius unietur cum puncto alterius, ſeu congruent vel in eodem erunt ſpatii puncto, ſimiliter ſi ſint duo cubi æquales, poteſt eorum unus ſuper alterum imponi, ita ut duæ eorum ſuperficies quadratæ congruant, latera nempe unius quadrati cum alterius quadrati lateribus coincidant; & anguli unius cum alterius angulis unientur, quæ proinde quantitates ſeſe penetrabunt & in eodem erunt loco, quod ut ipſis contingat corporibus impoſſibile eſt.

Hinc facile perſpicitis Academici quam diverſo ſenſu ſoliditatis vocem uſurpamus ab eo qui apud Geometras habetur, qui ſolida, ſeſe mutuo penetrare poſſe, ſupponunt; V G cum demonſtrat Euclides (Elemento) undecimo duo ſolida parallelepipeda ſuper eadem baſi, inter eadem parallela plana conſtituta, eſſe inter ſe æqualia; cum autem duo diverſa parallelepipeda ſic conſtituta ſeſe penetrare neceſſe eſt: liquet Geometras ſua ſolida tanquam penetrabilia ſupponere, ſoliditatis igitur

tur vocem, diverſo prorſus ſenſu accipiunt Geometræ, quam philoſophi, nec ſua ſolida magnitudini penetrabili opponunt, ſed planæ ſeu ſuperficiebus, angulis planis, & lineis, omne enim illud apud eos ſolidum eſt, quod trina dimenſione conſtat.

At alterius generis eſt illa ſoliditas ab eâ, quam ut ad corpora ſolummodo pertinere diximus, ita etiam omnibus corporum generibus ineſt, ſive fluida ſint, ſive dura, ſive firma, & fixa ſint, ſeu facile mobilia & ictui cedentia, Seu gravia admodum ſint, ſive parum habeant ponderis, vel ſi omnino levia forent, ſi modo talia darentur corpora. non enim minus prohibet duorum quorumvis corporum contactum gutta aquæ, vel aeris particula inter duo illa corpora immota manens quam duriſſimum ferrum aut Adamas.

Per hanc denique proprietatem, diſtinguitur corpus, ab alio extenſionis genere, quod penetrabile concipimus, & ſpatium vocamus, in quo omnia corpora locari & moveri cernimus, illud ipſum ut immobile ſpectantes.

Carteſiani, qui corpus per ejus naturam (quam in ſola extenſione conſiſtere volunt) definiunt, nullum agnoſcunt ſpatium, ſeu extenſum, quod non ſit corporeum; verum cum nos ſpatii ideam, à corporis idea diſtinctam habemus, vel ſaltem nos habere imaginamur; peccant contra bonæ methodi leges, qui corporis naturam ſeu eſſentiam intimam, in aliquo ejus attributo ponunt, quod an illi ſoli competat, non certe conſtat.

At dicunt Carteſiani Corporis naturam, in alio nullo, illius attributo conſiſtere poſſe, cum nec durities, nec colores, nec pondus, nec figuræ, nec ſapores, nec quelibet iſtiuſmodi qualitatum ſenſum afficientium, illius eſſentiam conſtituere poſſunt; omnia quippe hæc attributa poſſunt à corpore tolli, integra tamen manente corporis natura, ſublata tamen extenſione, ſtatim tolletur ens corporeum, adeoque in ſola extenſione corporis naturam ſitam eſſe neceſſe eſt.

Hoc eſt ipſius Carteſii argumentum, philoſopho prorſus indignum, nihil enim exinde ſequitur, niſi quod ſenſibiles illæ, quas affert, qualitates non ſunt de eſſentia corporis, extenſionem tamen eſſe attributum corpori neceſſarium & *eſſentiale*; at quid inde? poteſtne unum univerſale attributum, duabus diverſis rerum ſpeciebus, convenire? an neceſſe eſt ut res omnes, quæ idem habent attributum, eandem habeant etiam naturam, & eſſentiam? Si verum hoc ſit, nulla erit rerum diſtinctio, nulla diverſitas. Quamvis igitur ſpatium & corpus, unum & idem habent eſſentiale attributum, utrique commune, ſunt tamen res omnino diverſæ; & alia dantur etiam eſſentialia attributa, ſingulis propria, per quæ ſatis diſtinguuntnr.

In primis ſupra deſcripta ſoliditas ſolis corporibus propria eſt, & illis omnibus ita eſſentialis, ut ab iis ne vel cogitatione divelli poſſit, quin ſimul ſuſtuleris ipſam quam aſſumpſiſti, corporis ideam; adeoque ſi in uno aliquo attributo, corporis eſſentia, & intima natura ponenda ſit, multo potiore jure hanc ſibi vendicabit ſoliditas, quam extenſio; præſertim cum aliud videtur eſſe entis genus à corpore diverſum, quod ſpatium dicimus, cui etiam congruit extenſio; ſaltem contrarium non conſtat.

Præterea, hujus ſpatii ideam à corporis idea omnino diſtinctam habemus, utrumque vendicare videtur attributa, non diverſa ſolum & ſibi propria, ſed ita contraria ut impoſſibile ſit, illa tanquam uni & eidem inherentia ſubjecto concipere. corpus nempe, tanquam ſolidum ſeu impenetrabile, mobile, & diviſibile apprehendimus, cujus partes disjungi, ſeparari, & ad quamlibet à ſe invicem diſtantiam poni poſſunt. poteſt unum corpus alteri corpori moventi obſtare, poteſt ipſius motum ſiſtere, vel ſaltem diminuere; poteſt etiam corpus alteri quieſcenti, vel minori cum vi ad eaſdem vel contrarias partes moventi, motum ſuum communicare, atque illud ſecum abripere.

E con-

E contra, ſpatium concipimus, tanquam illud in quo corpus omne locatur, ſeu ſuum habet ubi; quod omnino penetrabile ſit, omnia in ſe recipiens corpora, nec ullius rei refugiens ingreſſum; quod immobiliter fixum eſt, nullius actionis, formæ, ſeu qualitatis capax; cujus partes à ſe invicem ſeparari nulla vi poſſunt, ſed ſpatium ipſum immobile manens, mobilium ſucceſſiones excipit, motuum velocitatem determinat, & rerum diſtantias metitur: hæc ſpatii & corporis tam diſſona & repugnantia attributa eidem ſubjecto competere impoſſibile eſt.

Reſpondebunt forte Carteſiani, ideam illam qualem nos dedimus ſpatii à corpore diſtincti, imaginariam prorſus eſſe & chimericam, cui ſcil. aliquid ſimile, in rerum natura, nulla potentia exiſtere poteſt. Verum contra Carteſianos in promptu eſt demonſtrare, revera dari ſpatium à corpore diſtinctum, vel ſpatium & corpus non eſſe prorſus idem: ſed primo advertendum eſt nos, realem ſpatii corporis vacui exiſtentiam, in hoc loco non eſſe evicturos, illud in alia lectione præſtandum erit, ſufficiet in præſentia, illius poſſibilitatem aſtruere.

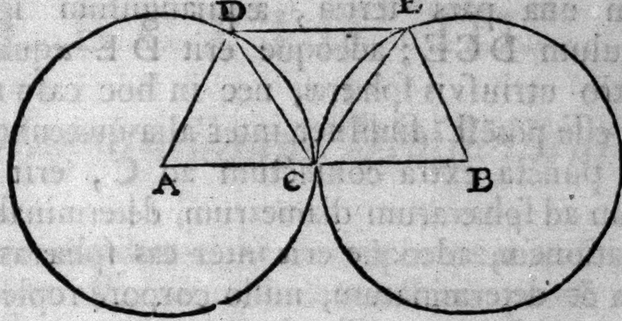
Ponamus ergo vas quodcunque, & aere primo repleatur, deinde exhauriatur intra vas contentus aer, vel per divinam potentiam annihiletur, & omne aliud corpus in illius locum ingredi prohibeatur. quæro jam an in tali rerum conditione, ſpatium futurum ſit à corporibus vacuum? corpus omne quod in vaſe continebatur, deſtructum eſt, omnis alterius corporis ingreſſus prohibetur, & vas ſuam figuram conſervare ſupponitur, certe neceſſarium eſſe videtur, ut vacuum ſeu ſpatium corpore non repletum detur: reſpondent Carteſiani hiſce ſuppoſitis, vaſis latera corruitura, & ad ſe invicem neceſſario acceſſura. At cum ſecundum ipſos Carteſianos nullum corpus poteſt ſe ipſum movere, cumque ex hypotheſi, nullum aliud eſt corpus quod vaſis latera ad ſe invicem pellat, nullus etiam ſequetur

 eorum

eorum ad ſe invicem acceſſus. dicent forſan aerem unde quaque diffuſum & vaſis latera circumcirca prementem, iſtius motus cauſam fore. Verum cum preſſio aeris ſit vis finitæ, talis poteſt eſſe vaſis firmitas, quæ iſti preſſioni æquipollere poteſt, adeoque vas ſuam conſervare figuram. ſed demus illis vaſis latera corruitura, quæro quodnam corpus in illorum locum ſucceſſurum erit? (reſpondebunt) aer, quodnam corpus locum ab eo aere derelictum poſſidebit? alius (fortaſſe dicent) aer ſucceſſurus erit; at tandem ſubſiſtere oportet, & ad corpus aliquod pervenire neceſſe eſt, in cujus locum nullum aliud corpus ingreditur, abſurdum enim eſt dari progreſſum in infinitum, vacuum igitur in illo caſu neceſſario dabitur.

Sed & alia invicta demonſtratione ex Geometria petita, ſpatii corporis vacui poſſibilem ſaltem exiſtentiam oſtendemus: ad quod præſtandum præmittimus duo ſequentia effata tanquam axiomata à nemine philoſophorum in dubio vocanda; Primum eſt, quod corpus nullum, aut nulla materiæ pars, alterius corporis exiſtentia indigeat, ad ſuam exiſtentiam. V G poteſt ſphæra exiſtere ſive aliud quodcunque corpus exiſtat aut non exiſtat; hoc ex natura ſubſtantiæ clare ſequitur. *2do.* Poteſt corpus aliquod, ſaltem ſi durum ſit, ſuam conſervare figuram ſi nulla ſunt corpora externa, vel nulla agentia quæ ei mutationem inferre conantur; Certe agnoſcendum eſt, Deum poſſe corpus quodlibet in eodem ſtatu atque ſitu conſervare, & quæcunque extrinſecus accidant, poteſt nihilominus figura corporis immutata manere.

Cum igitur ſphæra una vel etiam plures poſſunt exiſtere, nullis aliis exiſtentibus corporibus; ponamus omnia alia corpora à Deo anihilari, præter duas ſphæras; vel potius fingamus omnem materiam mundanam in duas ſphæras coacervari, quæ exponantur per duos circulos, quorum centra ſint A & B, cumque ſupponitur nullum aliud exiſtere corpus, poſſunt corpora illa



ſphærica ſuam conſervare figuram, cum nullum ponitur agens externum quod figuram ſphæricam deſtruat vel mutet, duæ igitur illæ ſphæræ, vel contiguæ ſunt vel disjunctæ, disjunctæ ſi fient; ergo erit ſpatium aliquod intermedium, nullo corpore repletum; adeoque omne ſpatium non erit corpus. Si vero ſphæræ ſeſe mutuo tangant; illas ſphæras in unico puncto ſeſe tangere neceſſe eſt, per demonſtrata in Elementis, inter alia igitur ſphærarum puncta eſt aliquid medii, hoc eſt ſpatium aliquod interjacebit, ſumantur enim duo quæcunque extra contactum, puta D & E, ſi inter illa puncta nullum interveniat ſpatium,hoc eſt nulla diſtantia, ſphæræ illæ in iiſdem punctis ſeſe contingent, quod eſt impoſſibile.

Vel ulterius ſic oſtenſive demonſtrare poteſt ſpatium ab omni corpore vacuum. Ponamus duas ſphæras, in quibus omnis materia mundana cumulari ſupponitur, eſſe æquales, in utraque accommodentur rectæ CD CE ſemidiametro utriuſvis ſphæræ æquales, jungatur DE erit hæc recta ſemidiametro ſphæræ æqualis, ducantur enim AD DE, & quia in triangulisæ quilateris ACD BCE anguli ACD BCE ſunt utervis duorum rectorum pars tertia, erit angulus DCE duorum rectorum etiam pars tertia, omnes enim anguli ad punctum C conſtituunt duos rectos; unde cum DC CE æquales ſunt, erunt anguli CDE & CED etiam æquales, at ſimul ſumpti conficiunt duorum rectorum duas

duas partes tertias , quare utervis erit duorum rectorum una pars tertia, æquiangulum igitur erit triangulum DCE; adeoque erit DE æqualis semidiametro utriusvis sphæræ, nec in hoc casu major vel minor esse potest. similiter inter alia quæcunque sphærarum puncta extra contactum ad C, erit distantia quædam ad sphærarum diametrum determinabilem habens rationem, adeoque erit inter eas sphæras spatium certum & determinatum, nullo corpore repletum; verum in eo spatio potest admitti corpus cujus dimensiones dictis congruunt distantiis, quod vero majores habet dimensiones nulla potentia potest in prædicto spatio locari, unde cum proprietates tales prædicto spatio demonstrative congruant, & nemine cogitante potest tale spatium revera existere, clare sequitur contra Cartesianos, ideam quam de spatio habemus non esse Chimericam aut imaginariam, quod enim Chimericum est, nullam habere potest extra intellectum existentiam.

Statuendum igitur est revera esse spatium ab omni corpore distinctum. Quod sit vas universale intra quod omnia corpora continentur & moventur. At qualis sit hujus spatii natura, num sit quid positivum, actu per se extensum, & reali dimensione præditum, sive ejus extensio oritur ex relatione corporum in eo existentium, adeo ut sit mera capacitas, ponibilitas, seu interponibilitas, ut nonnullis loqui placet, & in eadem entium classe ponendum, quo mobilitas & contiguitas, sive spatium nostrum sit ipsa divina immensitas, quæ est per omnia & in omnibus, sive sit creatum aut increatum, finitum vel infinitum, à Deo dependens, vel independens, hic non disquiremus; hæc omnia metaphysicis disputanda relinquimus. nostro negotio sufficiet quasdam illius proprietates exposuisse, & ejus distinctionem seu naturam à corporis natura diversam adstruxisse & demonstrasse; qui plura velit philosophos consulat.

LECTIO III.

De Magnitudinum Divisibilitate.

QUamvis, Academici, ſpatium à corpore realiter diſtinctum eſſe, plurimis demonſtrari poteſt argumentis, & hactenus quædam attulimus quæ inſolubilia eſſe videntur; in eo tamen conveniunt ambo, quod extenſio univerſale ſit attributum ad utrumque neceſſario & eſſentialiter pertinens. Priuſquam igitur ulterius progrediamur, non abs re alienum erit, generalem quandam extenſionis affectionem, illius nempe diviſibilitatem exponere.

Hæc extenſionis proprietas omni magnitudinis ſpeciei, tam lineis quam ſuperficiebus, tam ſpatio quam corpori competit, & neceſſario ineſt. Per diviſibilitatem autem non hic loci intelligimus actualem partium à ſe invicem ſeparationem, quæ motum ſupponit qualem quidem ſpatii natura non admittit, nec talem ſeparationem demonſtrationes ex Geometria accerſitæ probant, verum noſtra, quam hic evincere conabimur, diviſibilitas eſt ſolum magnitudinis cujuſvis in ſuas partes reſolutio, ſeu earum diſtinctio, & aſſignabilitas. V. G. cum docet Euclides, in propoſitione nona Elementi primi, angulum quemvis rectilineum bifariam ſecare, non in ea methodum oſtendit, qua una anguli pars media ab altera divulſa recedat, & ad datam ab ea diſtantiam ponatur: ſed methodum tantum tradit qua linea ducatur ita angulum in duos alios angulos dividens, ut qui ab una iſtius lineæ parte jacet angulus, æqualis ſit ei qui ad alteram partem exiſtit. ſic etiam cum, in propoſitione ſequenti, docet rectam quamvis biſecare, docet tantum aſſignare punctum medium datam rectam in duas partes æquales dirimens, quod ſit

utriusque partis communis terminus, vel illud, ubi desinit una partium æqualium, & incipit altera. Hæc magnitudinis in partes resolutio ita ei intima & essentialis est, ut illud quod partes non habet, scil. punctum, non magnitudo sed magnitudinis initium dicitur vel finis, nec magnitudo quævis ex punctis potest conflari licet numero infinitis; omnis vero magnitudo non ex punctis sed partibus, aliis nempe ejusdem generis magnitudinibus componitur, quarum unaquæque ex aliis etiam conflatur partibus, & rursus quælibet harum partium alias adhuc in se continet partes, & sic in infinitum; nec unquam ad magnitudinem tam parvam pervenire possumus, quin adhuc in plures dividi potest partes, nec ullum datur in quacunque magnitudinis specie minimum, sed quicquid dividitur, dividitur in partes adhuc etiam divisibiles. Hæc semper ulterior materiæ in partes resolutio illius divisibilitas in infinitum à philosophis nuncupatur; & recte sane, cum nulla assignari potest quantitas materiæ adeo minuta, & numerus finitus adeo magnus, quin numerus partium eam quantitatem componentium, in quas scil. resolvi potest illa quantitas, major erit numero illo utcunque magno; nam *illud infinitum vocamus quod omni finito majus est*.

Quoniam autem Infinita hæc materiæ divisibilias rationibus ex Geometria petitis demonstranda erit, & cum hodie extat quædam philosophorum gens Geometriam ex physica exulare cupiens, eo quod ipsi hujus divinæ scientiæ imperiti, volunt tamen esse aliquid, & inter doctissimos haberi, adeoque nullum non movent lapidem, quo harum demonstrationum vim irrito utcunque convellant conatu. Necesse erit, priusquam argumenta nostra Geometrica proferamus, eorum vim stabilire & objectionibus quibusdam respondere.

Cum vero, inter hujus generis philosophos, eminet vir Clar. *Joannes Baptista Du Hamel* philosophiæ *Burgundicæ* scriptor, libet illius sententiam super hac

re proferre. Dicit igitur hypotheſes Geometricas nec veras eſſe nec poſſibiles, cum ſcil. nec puncta, nec lineæ, nec ſuperficies, prout à Geometris concipiuntur, vere in rerum natura exiſtant; adeoque demonſtrationes, quæ ex his afferuntur, ad res actu exiſtentes applicari non poſſe, cum ſcil. nihil eorum vere exiſtit niſi in ideis noſtris: jubet igitur Geometras ſibi ſuas ſervare demonſtrationes, nec eas ad phyſicam transferre, quæ non lucem ſed majores huic ſcientiæ offundant tenebras. Miror ego hujus viri alias doctiſſimi in hacce re imperitiam, potuit ſane eodem jure ſuppoſitiones etiam quaſcunque phyſicas ſuſtuliſſe, cum hypotheſes Geometricæ æquè certæ & æquè poſſibiles ſunt & reales, ac illæ ſunt, quas phyſicas dicit: imo ſi exiſtit corpus, neceſſario etiam exiſtent vera puncta, veræ lineæ & veræ ſuperficies, prout à Geometris concipiuntur; quod facile oſtendemus. Nam ſi datur corpus, illud cum infinitum non ſit, ſuos habebit terminos, corporis vero termini ſunt ſuperficies, & termini illi nullam habent profunditatem; ſi enim haberent, eo ipſo quod profunditatem haberent, corpora eſſent, haberentque illa corpora alios rurſus terminos, qui ſuperficies eſſent, deoque eſſet ſuperficiei ſuperficies. vel igitur ſuperficies illa omni deſtituta eſt profunditate, vel etiam profunditatem habebit, ſi prius, habemus quod petimus, ſin poſterius, ad aliam rurſus pervenimus ſuperficiem; atque ſic progrederetur in infinitum quod eſt abſurdum: quare dicendum eſt terminos illos omni profunditate carere, ac proinde veræ erunt ſuperficies, & prout à Geometris concipiuntur abſque profunditate, ſeu quæ longitudinem & latitudinem tantum habent, ad ſuam eſſentiam conſtituendam.

Rurſus, cum ſuperficies illa infinita non eſt, ſuis etiam claudetur terminis, termini vero illi lineæ dicuntur, quæ revera nullam habent latitudinem, aliàs enim ſuperficies eſſent & ſuos etiam haberent terminos, quos ſaltem concipere oportet omni latitu-

dine deſtitutos; non enim (ut prius dictum eſt) dari poteſt progreſſus in infinitum, unde ſequitur dari lineas, quæ ſunt tantum longæ abſque omni latitudine. eodem prorſus modo, & lineis ſui etiam competunt termini qui puncta vocantur, quibus nec longitudo, nec latitudo, nec profunditas convenit. Quare ſi corpus exiſtere ſupponatur, neceſſario tam ſuperficies, quam lineæ & puncta Geometrica non tantum ut poſſibilia, ſed etiam ut verè exiſtentia ponentur.

Sed reſpondebunt puncta illa, lineas & ſuperficies non eſſe materialia. Quid inde? quis unquam dixit punctum mathematicum materiam eſſe? quis ſuperficiem materialem agnoſcit? ſi materialis eſſet, ſuam haberet etiam ſuperficiem ſive terminum, ſuperficiei autem ſuperficiem quis unquam imaginatus eſt? verum etiamſi nec ſuperficies, nec lineæ, nec puncta ſunt ipſa materia, in ea tamen exiſtunt vel exiſtere poſſunt, tanquam illius modi, termini ſeu accidentia; eodem prorſus modo, quo figura non eſt ipſum corpus, ſed ejus tantum affectio, qua corpus ſub datis terminis comprehenditur, habetque hæc proprietates reales à corporis proprietatibus omnino diſtinctas.

Sed rurſus objiciunt noſtri ἀγεωμέτρητοι philoſophi, nullam eſſe in rerum natura ſuperficiem, perfecte planam, nullum corpus perfecte ſphæricum quale ſibi fingunt Geometræ, nec curvam ullam perfecte circularem. at quo pacto hoc illis innotuit? an omnia viderunt quotquot ſunt in mundo corpora? & per microſcopia ea contemplati ſunt? dicent fortaſſe, corporum ſuperficies planas vel ſphæricas eſſe non poſſe, quia in harum figurarum naturis eſt contradictio quædam & impoſſibilitas; at, ut contradictionem oſtendant velim; corpus omne aliqua ſaltem figura terminari neceſſe eſt, ſuperficies planæ vel ſphæricæ ſunt omnium conceptu facillimæ & ſimpliciſſimæ, qualis igitur eſt in illis repugnantia ut impoſſibile ſit corpus ſub iſtiuſmodi ſuperficiebus comprehendi? credo neminem eſſe,

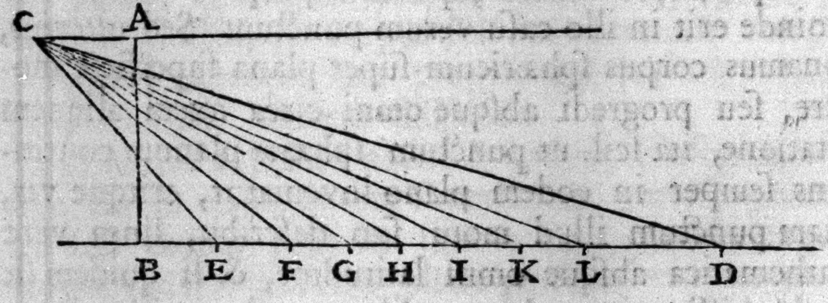
qui Geometriam vel primis labiis tetigerit, quin harum figurarum naturam & proprietates magis perſpectas habet, & plures earum affectiones novit, quam omnes iſtiuſmodi philoſophi intelligunt, vel fortaſſe unquam ſunt intellecturi; at horum nemo talem deprehendit in hiſce figuris repugnantiam; nullus Geometra iſtiuſmodi contradictiones in figurarum naturis unquam ſuſpicatus eſt; è contra, harum poſſibilitatem evincunt tot pulchræ earum proprietates à Geometris detectæ atque demonſtratæ, nam rei impoſſibilis nulla eſt vera proprietas, nulla demonſtratio. reſtat igitur, ut has figuras tanquam poſſibiles agnoſcant; & ſi poſſibiles ſunt, poteſt Deus materiam in corpora iſtiuſmodi ſuperficies habentia formare; ponamus igitur duo corpora ſphærica, quorum unum planis, alterum ſphæricâ terminatur ſuperficie, ſi igitur corpus ſphæricum ſuper plano conſtituatur, illud vere continget: at continget in unico tantum & indiviſibili puncto, ſeu in puncto quod partes non habet, per Cor. prop. 2. El. 3^{tii}. & proinde erit in illo caſu verum punctum. Sed ulterius, ponamus corpus ſphæricum ſuper plana ſuperficie movere, ſeu progredi abſque omni circa axem aliquem rotatione, ita ſcil. ut punctum ſphæræ planum contingens ſemper in eodem plano inveniatur, eritque via, quam punctum illud motu ſuo deſcribit, linea vere mathematica abſque omni latitudine, & ſi quidem ſit via breviſſima inter duo quælibet puncta in illo plano, orietur ex motu illo linea recta, ſin alias, curva vel ex pluribus rectis compoſita, vel partim ex his partim ex illis conflata: puncta igitur, lineæ, & ſuperficies, prout à Geometris concipiuntur vel finguntur, ſunt poſſibilia, quod oſtendi oportebat: aliis etiam innumeris modis poteſt eorum poſſibilitas demonſtrari, verum piget hiſce ineptiis diutius immorari. hoc tantum libet admonere, quod inter duo quælibet duorum corporum puncta erit diſtantia data & determinata; *v. g.* inter ſolis & ſtellæ fixæ centra, eſt determinata

 diſtantia,

diſtantia, quæ per rectam lineam menſuratur duo illa puncta interjacentem; quæ erit omnium linearum quæ à puncto uno ad alterum duci poſſunt, breviſſima, & minimo tempore data velocitate peragranda; hæc inquam diſtantia eadem manet, qualiſcunque futura ſit corporis intermedii figura, ſive planis claudatur, ſive ſphæricis contineatur ſuperficiebus, ſive demum abſit omne corpus medium & nihil interſit præter ſpatium; eadem manebit linea magnitudine & poſitione, quamdiu corporum centra immota manent.

Stabilitis jam principiis ad propoſitum redeo, ut ſcil. demonſtretur extenſionem omnem, tam corpoream, quam incorpoream, in infinitum eſſe diviſibilem, ſeu partes habere numero infinitas, quod pluribus invictis rationibus probari conabimur. Prima ſit hæc, exponatur linea quævis A B; dico illam diviſibilem eſſe in partes numero omni finito numero dato majores.

Ducatur per A recta quævis A C, & huic per punctum

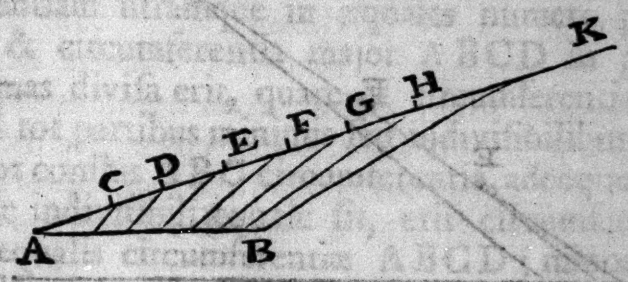


B parallela ducatur B D & in A C, capiatur punctum quodvis C; ſi igitur recta A B non eſt diviſibilis in infinitum partium numerum, diviſibilis tantum erit in numerum partium finitum; ſit ille numerus qualiſcunque *v. g.* ſex: in linea B D ad partes puncto C oppoſitas capiantur quotcunque puncta plura quam ſex *v. g.* puncta E,F,G,H,I,K,L & ducantur per poſtulatum primum C E, C F, C G, C H, C I, C K, C L, hæ ductæ divident rectam A B in tot partes quot ſunt rectæ; ſi enim non divident, ergo plures rectæ in uno aliquo

puncto

puncto rectam A B intersecabunt ; sed omnes se intersecant in communi puncto C, quare duæ aliquæ rectæ sese bis secabunt, & proinde vel spatium comprehendent, vel habebunt idem segmentum commune; quorum utrumque est contra axiomata in Elementis posita. dividitur igitur A B in tot partes diversas, quot sunt rectæ, sed tot sunt rectæ, quot puncta in recta B D sumpta fuere, quare cum sumpta fuere plura puncta quam sex, erit linea A B in plures partes quam sex divisibilis. Eodem modo, quantumvis magnus ponatur numerus, ostendi potest lineam A B esse divisibilem in partes numero majores illo numero : majorem scil. assumendo in recta B D punctorum numerum ; quod facile fieri potest, cum nullus sit numerus finitus ita magnus, quin major sumi potest, idque in data quavis ratione majoris inæqualitatis, atque ducendo rectas à puncto C ad puncta in recta B D assumpta ; hæ quippe rectæ rectam A B divident in tot partes, quot sunt rectæ, adeoque in plures partes, quam numerus primo positus (utcunque magnus sit) constat unitatibus; erit itaque recta A B divisibilis in plures partes quam per ullum numerum finitum exprimi potest, adeoque erit divisibilis in infinitum Q. E. D.

Argumentum secundum. exponatur recta quæcunque A B, dico illam divisibilem esse in infinitas numero

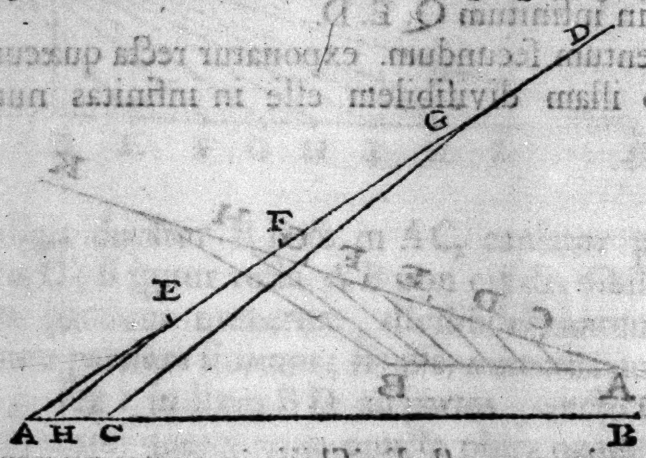


partes ; si enim non est divisibilis in partes numero infinitas, divisibilis erit in partes numero finitas, sit ille numerus quivis *v. g.* quinarius; ducatur recta quævis A K angulum utcunque cum A B continens, in eaque, quan-

tum

tum opus eſt producta, capiantur quot volueris puncta plura quam quinque, ſint *v.g.* C,D,E,F,G,H,K; jungatur K B, perque puncta C,D,E,F,G,H ducantur rectæ ipſi K B parallelæ, divident hæ neceſſario rectam A B in tot partes quot ſunt rectæ; ſi enim non dividant, ergo plures rectæ in uno puncto concurrent, at non concurrent, cum parallelæ ponuntur, quare unaquæque recta in diverſo puncto rectam A B interſecabit, & omnes in tot partes rectam A B divident quot ſunt rectæ parallelæ ductæ, at ductæ ſunt plures quam quinque, ergo diviſa erit recta A B in plures partes quam quinque; idem de alio quovis numero dicendum erit, quare nullus eſt numerus tam magnus, quin numerus partium in quas recta A B eſt diviſibilis, erit illo numero major, adeoque recta A B eſt diviſibilis in infinitum.

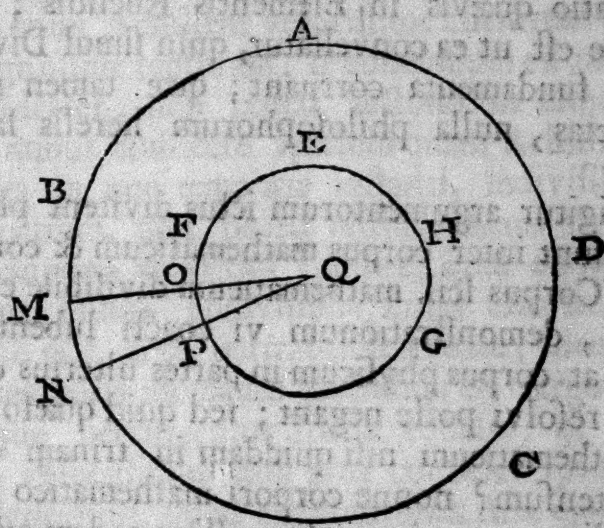
3^{tio}. Si quantitas non eſt diviſibilis in infinitum, diviſibilis erit in partes ulterius non diviſibiles, at nulla eſt pars quæ ulterius dividi non poteſt: quia nulla datur quantitas tam parva, quin adhuc minor accipi poteſt, idque in data ratione minoris inæqualitatis. ſit enim recta A B, & ejus pars quantumvis parva ſit A C, dico ipsâ A C minorem lineam accipi poſſe, in ratione



quacunque minoris inæqualitatis, *v.g.* ut unum ad tria. ducatur à puncto A recta quævis A D, inque ea accipiantur rectæ A E, E F, F G æquales, jungatur G C & per

per E agatur E H ipſi G C parallela, erit recta A H ipſius A C pars tertia: demonſtratio conſtat ex *nona propoſitione Elementi* 6ti. adeoque recta A C non erit minima quæ accipi poteſt. idem de alia quavis recta demonſtrari poteſt, ac proinde nulla eſt in natura quantitas minima.

Præterea, ſi quantitas ex indiviſibilibus componeretur, multa exinde ſequerentur abſurda, ſint enim *v. g.* duo circuli A B C D E F G H concentrici, dividaturque circumferentia major in partes ſuas indiviſibiles, & ducantur à centro Q ad ſingulas haſce partes rectæ, quæ



circumferentiam utramque in æquales numero partes divident, & circumferentia major A B C D in partes ſuas minimas diviſa erit, quare & circumferentia minor E F G tot partibus minimis ſeu indiviſibilibus conſtabit, quot conſtat A B C circumferentia, adeoque cum indiviſibile indiviſibili æquale ſit, erit circumferentia E F G H æqualis circumferentiæ A B C D; minor majori, quod fieri non poteſt.

Ultimo, ex hac quantitatis ex indiviſibilibus compoſitione ſequitur nullas dari magnitudines incommenſurabiles, contra quod à Geometris paſſim demonſtratur. Nam ſi magnitudo omnis ex indiviſibilibus conſtaret,

ſtaret, indiviſibile illud eſſet omnium magnitudinum ejuſdem generis adæquata & communis menſura, in omnibus enim aliquoties exacte continebitur, adeoque omnes magnitudines communem menſuram habebunt, & latus quadrati illius diagonio eſſet commenſurabile. contra ultimam propoſitionem Elementi decimi.

Innumeræ aliæ poſſunt adduci demonſtrationes, quibus continui infinita diviſibilitas oſtendatur, & indiviſibilium hypotheſis funditus evertatur. Sed quid opus eſt pluribus? cum hactenus allata argumenta non minorem habent vim ad aſſenſum cogendum, quam demonſtratio quævis in Elementis Euclidis; imo impoſſibile eſt ut ea convellatur, quin ſimul Divinæ Geometriæ fundamenta corruant; quæ tamen nulla unquam ætas, nulla philoſophorum hereſis labefactare potuit.

Ut igitur argumentorum ictus divitent philoſophi, diſtinguunt inter corpus mathematicum & corpus phyſicum; Corpus ſcil. mathematicum diviſibile eſſe in infinitum, demonſtrationum vi coacti lubenter agnoſcunt; at corpus phyſicum in partes ulterius diviſibiles ſemper reſolvi poſſe negant; ſed quid quæſo eſt corpus mathematicum niſi quiddam in trinam dimenſionem extenſum? nonne corpori mathematico competit diviſibilitas eo quod extenſum eſt? at eodem etiam modo extenditur corpus phyſicum; quare cum diviſibilitas ab ipſius extenſionis natura & eſſentia dependit, & inde ortum ſuum trahit, illam omnibus extenſis tam phyſicis quam Mathematicis convenire neceſſe erit. ut enim Logicorum phraſi utar, quicquid prædicatur de genere, prædicatur de omnibus ſpeciebus ſub eo genere contentis.

Eſt alia apud philoſophos haud abſimilis diſtinctio, qua corpus quodvis mathematice diviſibile eſſe in infinitum concedunt, diviſibile autem eſſe phyſice negant. ſi ullus ſit horum verborum ſenſus, hic erit. Corpus eſſe mathematice, hoc eſt, realiter & demonſtrative diviſibile

viſibile in infinitum concedunt, phyſice autem ſeu ſecundum falſam ſuam hypotheſin negant; atque ſic habebunt diſtinctionem, contra quam nihil urgeri poteſt. Quoniam philoſophi, contra quos diſputamus, demonſtrationibus Geometricis non ſatis aſſueti ſunt, & proinde earum evidentiam non facile perſpiciant, priuſquam huic lectioni finem imponimus, libet unum argumentum phyſicum ex motu petitum, pro infinita continui diviſibilitate proferre; ſcil. ſi continuum ex indiviſibilibus conſtaret, ſequeretur omnes motus æquiveloces fore, nec minus in eodem tempore conficiet ſpatium ſegniſſima teſtudo, quam πόδας ὠκὺς Achilles, ponamus enim Achillem velociſſime curſurum & teſtudinem ſegniſſime repturam; ſi continuum ex indiviſibilibus conſtaret, non poteſt teſtudo in aliquo dato tempore minus conficere ſpatium quam Achilles; nam ſi Achilles in uno temporis inſtanti, indiviſibile pertranſit ſpatium, non poteſt teſtudo minus ſpatium in eodem temporis momento tranſire, quia ex hypotheſi non datur minus. Indiviſibile enim alio indiviſibili minus non erit, ergo pertranſibit æquale; idem de alio quovis temporis momento dicendum eſt: ergo ſemper ab utroque percurrentur ſpatia æqualia; & proinde Achilles velociſſimus non plus conficiet ſpatii quam teſtudo lentiſſima. quod eſt abſurdum. Alia ejuſdem generis abſurda ex eadem indiviſibilium hypotheſi deduci poſſunt, verum quæ dicta ſunt ſufficiant.

LECTIO IV.

In qua respondetur objectionibus contra materiæ divisibilitatem afferri solitis.

HActenus, Academici, argumenta exposuimus, quibus continuam materiæ in infinitas numero partes divisionem clare satis demonstravimus; restat ut objectionibus seu philosophorum argutiis respondeamus. Sunt enim philosophi haud pauci, qui nescio qua idearum obscuritate laborantes, & demonstrationum, quas attulimus, evidentiam non satis perspicientes, contra rem tam manifeste veram argumenta sua proferre non audeant tantum, verum & illis placet specioso demonstrationum titulo ea insignire. ast ego, qui plures illorum evolvi libros, nunquam incidi in quicquam ab iis de hacce re scriptum, quod rationis quidem speciem haberet; adeo equidem sunt demonstrationibus destituti, ut ne minimam demonstrationis umbram in iis quisquam Geometra, etsi Linceis donatus fuerit oculis, perspiciet. Fateor tamen esse aliquid in natura infiniti, quod humano intellectui haud adæquate comprehensibile esse videtur; adeoque non mirum erit, si ex ea quædam sequuntur, quæ hominum mentes densa caligine involutæ concipere non possunt: & speciatim in hac, quam nunc prosequimur, quæstione multa sunt, quæ quibusdam philosophis hisce rebus minus assüetis paradoxa & incredibilia videntur: nihil tamen exinde sequitur quod vel contradictionem implicat, vel cuivis axiomati aut demonstrationi repugnat. Sed videamus, quas afferunt philosophi Atomistæ, argutias. Prima, est ea Epicuri; si continuum divisibile

diviſibile eſſet in infinitum contineret infinitas numero partes, adeoque finitum contineret infinitum, quod eſt abſurdum. At rogo ut terminos ſuos explicent, & dicant quid per has voces intelligunt, *infinitum non poſſe contineri in finito*; ſi dicant infinitam magnitudinem non poſſe in magnitudine finita contineri, hoc lubenter concedam; at hujus contrarium non ſequitur ex ea, quam propoſuimus, doctrina; nec illud exinde unquam neceſſariâ conſequentiâ deducere poſſunt. Si dicent partes numero infinitas, etſi infinite exiguas, non poſſe finita magnitudine contineri, hoc illud ipſum eſt quod iis probandum incumbit. non, ut opinor, dicent ipſis abſque ratione credendum eſſe; nec illud tanquam propoſitionem per ſe claram inter axiomata reponent, cujus contrarium tot validis rationibus demonſtrari poteſt. urgeant itaque partes numero infinitas infinitam magnitudinem componere; ſed hoc rurſus eſt principium petere; illud enim ipſum eſt de quo diſputamus, utrum ſcil. finita magnitudo poteſt habere partes numero infinitas? certum enim eſt, quotcunque partes habet ſive finitas, ſive infinitas, eas ſuo toti æquari; ſicut enim decem partes decimæ unitatis efficiunt unitatem, centum centeſimæ unitatis partes ſimul ſumptæ etiam unitatem component, & mille partium milleſimarum in unum collectarum ſumma toto non major erit, ita etiam partes infinitæ infiniteſimæ alicujus magnitudinis ipſam magnitudinem adæquant. Vel ſic; ſit linea A B diviſa in partes

A B

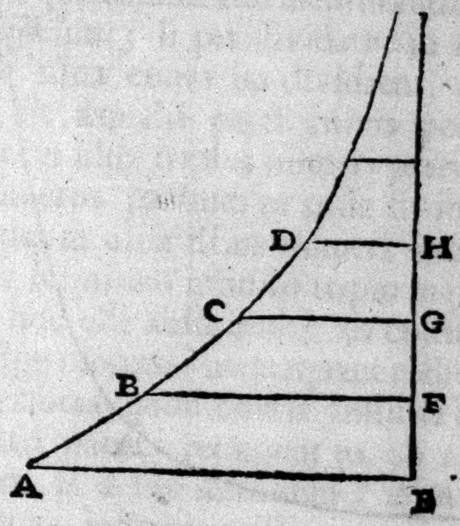
C— C : A B : : I : N

centum; erunt omnes hæ ſimul ſumptæ ipſi A B æquales: & eodem modo, ſi recta A B dividi intelligatur in mille partes, harum partium mille ſimul ſumptæ magnitudinem nec majorem nec minorem ipſa A B component. Vel etiam, ſi divideretur recta A B in milliones

nes partes, hæ rurſus ſimul ſumptæ toti A B erunt æquales. & Univerſaliter, ſi ſint duæ magnitudines A B & C, habeatque C eandem rationem ad A B quam habet unitas ad numerum quemvis N, erit quantitas C per numerum N multiplicata ipſi A B æqualis. cum enim quantitates C. A B. unitas & numerus N ſint proportionales, erunt extremæ in ſe invicem ductæ mediis in ſe invicem ductis æquales; at cum A B per unitatem multiplicata ipſi A B eſt æqualis (unitas enim nec multiplicat nec dividit) erit quantitas C per N numerum multiplicata ipſi A B æqualis: quantumvis igitur magnus ſive parvus ſit numerus N, hic multiplicans quantitatem C faciet ſemper productum ipſi A B æqualem, modo C talis ſit quantitas ut ad A B eandem habeat proportionem quam habet unitas ad dictum numerum N. Adeoque ſi N ſit numerus infinitus, & C pars rectæ A B infiniteſima, hoc eſt, eandem habeat quantitas C rationem ad A B quam habet unitas ad numerum infinitum N, eſt etiam quantitas C per numerum infinitum N multiplicata, hoc eſt, infinities ſumpta quantitati A B æqualis, nec eâ major ſicut nec minor eſſe poteſt. ſi igitur partium magnitudo eadem ratione diminuatur, qua earum numerus augetur, totum ex hiſce omnibus partibus conflatum idem manebit; nec æſtimanda eſt quantitas aliqua ex partium numero, ſed ex earum numero & magnitudine conjunctim; adeoque ſi partes infinite parvæ ſint, neceſſe erit ut earum multitudo ſit infinite magna, priuſquam quantitatem quamvis dabilem exſuperare poſſunt. Sed præterea, plura poſſumus proferre exempla tam ex Arithmetica, quam ex Geometria, ubi, ipſis fatentibus adverſariis, partium numerus erit infinitus, at ipſa magnitudo ex partibus iſtis infinitis compoſita finita erit. Sit primum exemplum ſeries infinita numerorum in ratione quavis decreſcentium: quæ finito adæquatur numero *v. g.* $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{1}{32}$ $\frac{1}{64}$ &c. hujus ſeriei in infinitum continuatæ ſumma erit unitati

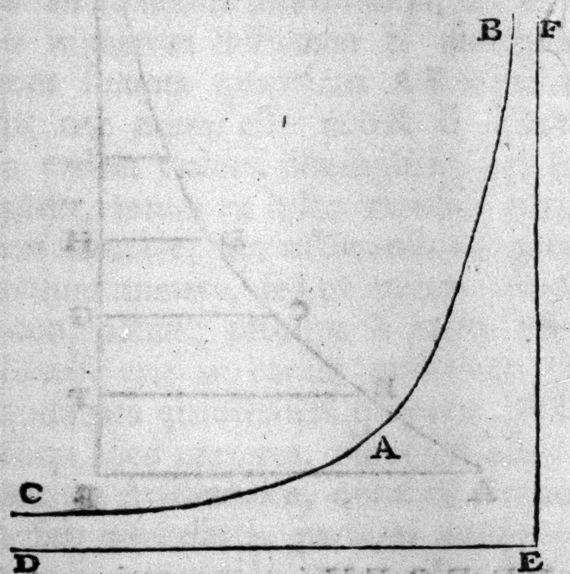
æqualis;

æqualis; at cum in infinitum extenditur series, erunt ejus termini numero infiniti; quare in hoc casu partes quantitatis numero infinitæ finitam efficiunt quantitatem: similiter & hujus series summa $\frac{1}{3}\ \frac{1}{9}\ \frac{1}{27}\ \frac{1}{81}$ &c. cum in infinitum continuatur æqualis erit parti uni secundæ seu unitatis dimidio, ut in Arithmetica demonstratur, at nemo negabit seriem hanc in infinitum continuatam infinitas partes habere, quare possunt dari partes quantitatis numero infinitæ, quæ tamen unitatis partem dimidiam non exsuperant. Similiter in Geometria, notum est spatium posse dari infinite longum, quod tamen spatio finito perfecte adæquatur, hoc enim infinitis fere exemplis demonstraverunt Clarissimi Geometræ *Torricellius*, *Wallisius*, *Barovius* & alii, ex quibus libet exempla quædam proferre. Et primo sit Curva A B C D talis naturæ ut si sumptæ fuerint in Asymptoto E H rectæ E F, F G, G H æquales, seu posi-



tis rectis E F, E G, E H in proportione Arithmetica, & ad puncta E F G H ordinatim applicantur rectæ A E, B F, C G, D H; sint ordinatæ hæ in proportione Geometrica, curva A B C D dicitur curva Logarithmica, & spatium interminabile inter Asymptoton & curvam

curvam infinite productas contentum, æquale erit ſpatio finito, ut à Clariſſimo *Barovio* in Lectionibus Geometricis demonſtratur; ex qua poteſt colligi ſupra nominata proprietas numerorum in proportione quavis Geometrica decreſcentium. Sed ut hoc ad propoſitum noſtrum applicemus; nemo non agnoſcet in ſpatio interminabili HGFE ABCD, quod infinite longum eſt, eſſe partes numero infinitas; at omnes illas ſpatii partes eſſe ſpatio finito æquales demonſtrant Geometræ; quare ſunt aliquæ partes ſpatii numero infinitæ quæ non ſpatium infinitum ſed finitum conficere poſſunt. Eodem modo, in hyperbolis omnibus, Apollonianâ exceptâ, erit area inter curvam & aſymptoton infinite protenſas perfecte quadrabilis, & areæ finitæ æqualis; ſed in areis hiſce omnibus ſunt partes numero infinitæ, quare erunt partes numero infinitæ æquales quantitati finitæ. Præterea, in Hyperbola Apolloniana CAB, etſi area interminabilis inter curvam AB &



Aſymptoton EF in infinitum protenſas contenta, ſit area infinita ſeu qualibet finitâ major; ſi tamen area illa infinita circa aſymtoton ſuam revolvatur, generabitur ſolidum ſeu corpus vere infinite longum, quod tamen

æquale

æquale erit ſolido ſeu corpori finito ; ut elegantiſſime à *Torricellio* demonſtratum fuit, qui ſolidum hoc Hyperbolicum acutum nominavit ; at in hoc ſolido ſunt partes numero infinitæ, cum ſcil. infinitè longum eſt, ergo partes corporis numero infinitæ finitum component corpus. Alia innumera proferre poſſumus hujus rei exempla, ſed diutius fortaſſe, quam par eſt, in hac objectione refellenda hæſimus.

2*do*. Objiciunt Atomiſtæ ; ſi quantitas omnis eſt diviſibilis in infinitum, magnitudo quævis minima æquabitur maximæ, cum ſcil. tot partes habet minima quot maxima. qualis, quæſo, eſt hæc conſequentia ? an quia ulna Anglicana dividi poteſt in centum partes, & pes Anglicanus etiam dividi poteſt in centum partes, ideo ſequitur pedem ulnæ æquari ? at ovum ovo non ſimilius invenietur, quam eſt hæc argumentatio illorum objectioni ; quæ falſiſſimæ innititur hypotheſi, qua magnitudines volunt ſolum per partium numerum, non item per earum quantitates eſſe menſurandas.

Ulterius objiciunt ; ſi pes dividatur in infinitas partes æquales, & ulna etiam ita dividatur, ut pars unaquæque ulnæ ſit æqualis parti cuivis pedis, erit numerus partium in ulna triplus numeri partium in pede ; unde cum numerus partium in pede ſit infinitus, erit numerus partium in ulna iſtius numeri infiniti triplus, & inde daretur infinitum infinito triplo majus. At unde notum eſt illis hoc eſſe abſurdum ? an contradicit axiomati alicui vulgo recepto ? nequaquam mehercule ; nullum enim eſt axioma quod omnia infinita æqualia ponit. Nec infiniti naturæ repugnat ut ab alio infinito ſuperetur ; nam ſi detur infinitum, infinita *v. g.* linea, erunt in ea infinita milliaria, plura ſtadia & multo plures pedes ; ſic in ſpatio, quod undique extenſum imaginamur, ſi duæ lineæ parallelæ in infinitum producantur, erit area ab hiſce rectis comprehenſa revera area infinita, eo quod omnem aream finitam ſeu undique clauſam ſuperat ; erunt igitur in eâ infinita

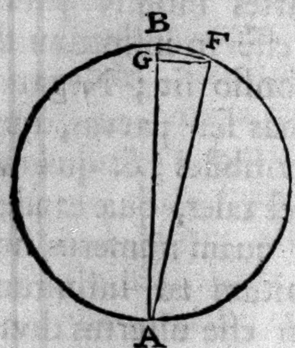
finita jugera, plures perticæ quadratæ, & multo plures pedes quadrati; rursus, si intra has lineas ducatur recta utrivis earum parallela, dividet hæc linea priorem aream in duas areas etiam infinitas; quæ igitur simul sumptæ priori infinito adæquantur. non igitur naturæ infiniti repugnat, illud posse ab alio infinito excedi, per aliud multiplicari, & in alia etiamnum infinita dividi; hæc, inquam, nullo modo repugnant, sed ex ipsius rei natura facillime sequuntur; imo nemo est, qui infinitum spatium concedit, quin simul agnoscere cogatur istius spatii in alia infinita divisibilitatem.

Aliud petunt argumentum contra infinitam materiæ divisibilitatem ex omnipotentia divina. Dicunt enim Deum posse continuum quodvis in partes suas infinitesimas resolvere, atque partes hasce à se invicem separare; sed si hoc fiat, daretur pars ultima, & divisibilitas continui tandem exhauriretur, ergo continuum non in infinitum sectile est. Respondeo proculdubio Deum posse quicquid est possibile, aut quod immutabili ipsius naturæ non repugnat; at cum hactenus demonstravimus nullam dari posse materiæ particulam utcunque parvam, quæ non iterum secari potest ininfinitas alias etiam particulas; liquet exinde Deum non posse ita secare materiam, ut daretur pars ultima indivisibilis. si enim ad hoc se extenderet potentia Divina, possit Deus aliquid quod contradictionem involvreet, vel quod immutabili ipsius essentiæ repugnaret. Sed ulterius urgent, si quantitas omnis sit divisibilis in infinitum, & partes actu sint in continuo, dabitur actu pars infinitè parva, adeoque ulterius non divisibilis. Respondeo; primo possum cum Aristotele negare esse partes actu in continuo, & inde corrueret eorum argumentum quod ut demonstrationem invictam tantopere prædicant. 2*do*. Concedamus illis partes esse actu in continuo, concedamus esse partes infinitè parvas & indivisibiles, concedamus denique argumentum, nihil tamen exinde infertur contra quantitatis

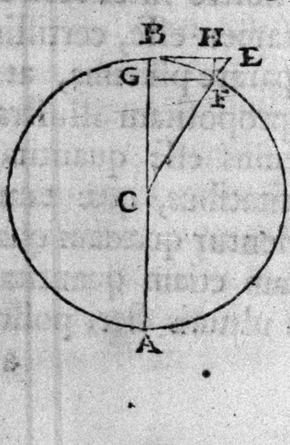
titatis non infinite parvæ continuam & in infinitum divisibilitatem ; hæc in argumento supponitur, at non refellitur ; an, quia pars continui infinite parva non est ulterius divisibilis, ideo sequitur partem datam, seu partem non infinitè parvam etiam non esse ulterius divisibilem ? si aliquid exinde sequatur, sequitur continuam omnem quantitatem in partes infinitè parvas posse resolvi, adeoque continuum esse in infinitum divisibile. Sed tertia & vera responsio sit ; Negando esse partes in continuo adeo minutas seu parvas, quin adhuc erunt & semper ulterius divisibiles ; & quamvis darentur partes infinitè exiguæ, vel tales, quæ eandem habent proportionem ad sua tota quam numerus finitus ad infinitum, vel spatium finitum ad infinitum ; negamus tamen hasce partes non esse ulterius divisibiles : sed cum ipsæ sunt extensæ, erunt etiam divisibiles non tantum in duas, tres vel plures partes, sed etiam quælibet potest in infinitum secari : hujus quantitatis infinite parvæ partes numero infinitæ Infinitesimæ infinitesimarum seu fluxiones fluxionum à Geometris dici solent ; à quibus adhibentur ad plura problemata aliàs intricacissima solvenda. Præterea, & harum fluxionum dantur & aliæ fluxiones seu partes suis totis infinite minores, & harum rursus partium erunt aliæ partes, atque sic quousque libet, progredi licebit. Non dissimulo ob humani ingenii imbecillitatem hoc conceptu esse difficillimum ; non ideo tamen deserenda est veritas validissimis suffulta argumentis, præsertim cum quædam sunt, quæ à tenui nostro intellectu difficile admodum capiuntur, quæ tamen esse, certissime novimus. Exempla possumus comparare plurima, at ea tantum adducemus quæ ad rem propositam illustrandam inserviunt ; quibus ostendemus esse quantitates infinite minores aliis datis quantitatibus, quæ tamen erunt aliis infinite majores ; ita, si dentur quædam quantitates infinite parvæ, erunt quædam etiam quantitates his infinite minores, & rursus his ultimis fieri possunt

aliæ infinite minores, & sic semper deinceps usque ad infinitum.

Primo igitur, sic probamus dari quantitates, quæ quantitatibus infinitè parvis sunt infinitè minores; sit circulus A B F, cujus diameter A B, sitque B F pars peripheriæ infinitè parva, cujus proinde chorda erit etiam infinitè parva, hoc est, eam habebit chorda B F ad magnitudinem quamvis determinatam, proportionem, *v.g.* ad circuli diametrum A B, quam habet magnitudo quævis finita ad infinitam. demissa intelligatur à puncto F ad A B, perpendicularis F G; erit B G recta B F infinitè minor. ducatur enim A F, eritque angulus A F B in semicirculo rectus. Adeoque, in triangulo A F B rectangulo ad F, ob demissam in basim A B perpendicularem F G, erit, per 8vam. 6ti. El. A B ad B F ut B F ad B G. Sed, ex hypothesi, A B infinitè major est quam B F; quare erit & B F infinitè major quam B G; erit igitur quantitas, quæ, etsi aliâ datâ quantitate sit infinitè minor, alia tamen quantitate infinite major erit.

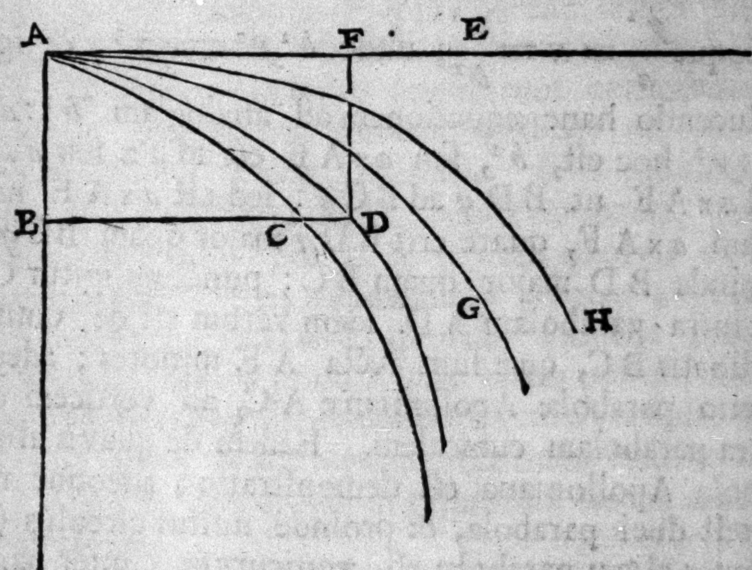


Sic etiam in circulo notum est, sinum cujuslibet arcus esse suo arcu minorem, tangentem vero esse arcu majorem, & proinde tangens arcus erit etiam ejusdem sinu major. sit itaque in circulo, cujus centrum C, & diameter A B, arcus infinitè parvus B F, cujus tangens sit B E, sinus rectus G F, & sinus versus G B; per F ducatur F H ad A B parallela, erit H E æqualis differentiæ sinus recti F G & tangentis B E, quæ ex jam ostensis non est omnino nihil. Jam in triangulis C B E F H E æquiangulis,



angulis, ob angulos ad H & B rectos & E communem, erit, per 4tam 6ti, CB ad BE ſicut FH eſt ad HE; ſed ex hypotheſi CB infinitè major eſt quam BE; quare erit & FH infinitè major quam HE; id eſt, in præſenti caſu, erit BG ſinus verſus arcus infinitè parvi infinite major quam differentia inter ſinum rectum & tangentem ejuſdem arcus. Cum igitur CB ſit infinitè major quam BE, & BE, ut ſuperius demonſtratum eſt, ſit infinitè major quam BG, & rurſus, per jam oſtenſa, eſt BG infinitè major quam HE, liquet propoſitum.

Ad uberiorem hujus doctrinæ illuſtrationem, aliud libet afferre exemplum, quod à ſummo illo philoſopho & Geometra *Newtono* deprompſimus, in Scholio ſectionis primæ *Philoſophiæ Natur.* ſit curva AC parabola Apolloniana, cujus axis AB, & AE tangens



in vertice A. demonſtrant ſcriptores Conici, ut in circulo, ſic etiam in parabola, angulum contactus FAC eſſe angulo quovis rectilineo infinite minorem. Ad eundem jam axem AB & verticem A, deſcribi intelligatur alterius generis parabola, cubicalis ſcil. cujus ordi-

ordinatim applicatæ crescunt in subtriplicata ratione interceptarum; erit angulus contactus F A D angulo contactus parabolæ F A C infinitè minor; vel quod idem est, nullæ sunt parabolæ Apollonianæ, vel nulli circuli, quantumvis magna parametro describantur, qui inter parabolam cubicalem & ejus ad verticem tangentem duci possunt; quod facilè sic demonstratur. Dicatur parabolæ Apollonianæ A C parameter a, Parabolæ cubicalis A D parameter sit b; Accipiatur in tangente punctum E tale, ut sit A E rectis a & b tertia proportionalis, hoc est, ut sit $a \times AE = b^2$; per punctum quodlibet F medium inter A & E ducatur F D ad axem parallela, curvæ A D occurrens in D; ducatur D C B ad tangentem parallela, & vocetur B D ordinatim applicata in parabola A D z; B C autem ordinata in parabola A C y, & intercepta A B sit x; erit ex natura harum curvarum $ax = y^2$, & $b^2 x = z^3$, adeoque $\frac{y^2}{a} = x = \frac{z^3}{b^2}$; unde $b^2 y^2 = a z^3$, & igitur reducendo hanc æquationem ad analogiam. $b^2 : az :: z^2 : y^2$ hoc est, b^2, seu $a \times AE$ est ad az seu $a \times BD$ vel $a \times AF$ ut BDq ad BCq: sed est $a \times AE$ major quam $a \times AF$, quare erit BDq major quam BCq, & proinde B D major quam B C; punctum igitur C cadit intra parabolam A D. idem verum est de omnibus ordinatis B C, quæ sunt recta A E minores; adeoque portio parabolæ Apollonianæ A C, ad verticem cadit intra parabolam cubicalem. Eadem de quavis alia parabola Apolloniana est demonstratio; adeoque nulla potest duci parabola, & proinde nullus circulus (qui semper alicui parabolæ est æquicurvus) inter parabolam cubicalem & ejus ad verticem tangentem.

Quantumvis igitur diminuatur angulus contactus parabolicus vel circularis, erit tamen angulo contactus ad verticem parabolæ cubicalis major; ideoque erit quivis datus angulus contactus circularis vel parabolicus, angulo contactus ad verticem parabolæ cubicalis infinite

infinite major; quantitas enim alterâ infinite major eſt, quæ quantumvis diminuta alteram illam ſemper ſuperat.

Adhuc ad eandem axem, & verticem, deſcribi intelligatur alia curva parabolica A G, cujus ordinatim applicata quævis creſcat ſemper in ſubquadruplicata ratione interceptæ; erit angulus contactus F A G angulo F A D infinitè minor; quod ratiocinio priori haud diſſimili demonſtrare facile eſt. Eodem modo ad eundem axem & verticem, poteſt alia deſcribi curva parabolica A H, cujus ordinatim applicatæ creſcunt in ſubquintuplicata ratione interceptarum, in qua fit angulus contactus F A H angulo F A G infinite minor; atque ſic progredi licebit in infinitum, ſemper aſſignando alias atque alias figuras parabolicas, quarum anguli contactus infinite à ſe invicem differant, ſcil. erit angulus F A C infinite minor angulo quovis rectilineo, & angulus F A D infinite minor angulo F A C, & angulus F A G infinite minor angulo F A H: atque ſic habebitur ſeries angulorum contactuum in infinitum pergentium, quorum quilibet poſterior eſt infinite minor priore; imo inter duos quoſlibet angulos, alii interſeri poſſunt anguli innumeri, qui ſeſe infinite ſuperant. Sed & inter duos quoſvis ex hiſce angulis, poteſt ſeries in infinitum pergens angulorum intermediorum interſeri, quorum quilibet poſterior erit infinite minor priore. quin etiam poſſunt eſſe anguli innumeri angulo contactus circulari infinite majores, qui tamen erunt angulo rectilineo infinite minores: atque ſic proceditur in infinitum. *neque novit natura limitem.*

Hæc adhibui exempla, ut videant adverſarii, immane quantum diſcedunt à veris rerum naturis eorum de rebus ipſis ſpeculationes.

LECTIO

LECTIO. V.

De materiæ ſubtilitate.

POſtquam infinitam materiæ diviſibilitatem validiſſimis (ut nobis videtur) propugnaverimus rationibus; objectionibus, quæ alicujus momenti ſunt, proſtratis prorſus & deletis; reſtat, ut mirandam naturæ ſubtilitatem, & minutiſſimas illas particulas, in quas materia actu dividitur vel ex quibus componitur, pauliſper contemplemur; has equidem undique comparatis exemplis, ante oculos veſtros poni, ſenſibus obverti, & ipſarum exilitatem calculo oſtendi, facillimum foret: nos autem pauca tantum proferemus.

Et primo, ex ſumma auri ductilitate exiguam partium ipſius molem computu collegerunt Doctiſſimi viri, Rohaultus Gallus in *Tractatu ſuo Phyſico*, Nobilis Boyleus noſtras in libro de effluviis,& nuper Clariſſimus Halleius in Tranſactionibus Philoſophicis numero 194. Halleius quidem demonſtravit unum auri granum in 10000 partes viſibiles poſſe ſecari; adeoque cum unum auri granum æquale ſit circiter $\frac{22}{100000}$ unius digiti cubici, ſequitur unum digitum cubicum auri dividi poſſe in partes 454, 545, 454; quæ omnes erunt nudo oculo ſatis ſpectabiles.

Computavit præterea *Halleius* craſſitiem iſtius Lamellæ aureæ, quæ ſuper argentea fila ab artificibus inducitur; invenitque eam $\frac{1}{124500}$ digiti non excedere; hoc eſt, ſi digitus longus dividatur in partes 134 500, craſſities iſtius lamellæ unam harum partium vix adæquabit; adeoque cubus partis centeſimæ unius di-

giti,

giti, vel, quod idem eſt, digiti cubici pars $\frac{1}{1\,000\,000}$ poteſt continere 243 000 000 talium particularum.

Alia experimenta quamplurima tradit de hac re Inſignis ille & nobilis Philoſophus *Robertus Boyl* in præfato libro de natura & ſubtilitate effluviorum; quorum unum aut alterum hic adducere licebit. Et primo, diſſolvit unum cupri granum in ſpiritu ſalis Armoniaci, & inde orta ſolutio cum aqua diſtillata mixta tincturam cæruleam ſaturam valde atque conſpicuam largita eſt granis aquæ 28534; unde, cum aquæ quantitas, cujus pondus eſt unius grani, æqualis ſit $\frac{37}{10000}$ unius digiti cubici, erunt grana aquæ 28534 magnitudine æqualia digitis cubicis 105.57. cum igitur unum cupri granum poteſt colorem cœruleum tantæ aquarum copiæ communicare, neceſſe erit ut ſit pars aliqua hujus cupri in parte quavis viſibili prædictæ aquarum copiæ; adeoque quot ſunt partes in ea aquæ quantitate oculo cognoſcibiles, in tot ad minimum partes diviſum erat unum cupri granum; at viſu ſenſibilis eſt linea, cujus longitudo eſt pars digiti centeſima, adeoque ejus lineæ quadratum aut cubus, adhuc multo magis erit viſu dignoſcibilis: quare cum cubus, cujus latus eſt pars digiti longi centeſima, ſit pars digiti cubici millioneſima $\frac{1}{1000000}$, ſequitur ad minimum in digitis cubicis aquæ 105 57 eſſe partes ſenſu diſtinguibiles 105 570 000; adeoque per prædictam ſolutionem in tot ad minimum partes dividetur cupri granum; eſt vero magnitudo unius cupri grani æqualis digiti partibus circiter $\frac{55}{100000}$, adeoq; cum digitus cubicus continet propemodum 20000 talium particularum; ſequitur hinc poſſe digitum cupri cubicum in partes 2 111 400 000 000 actu reſolvi: & ſi accipiatur minutiſſima arenula talis ſc. ut ejus diameter ſit pars digiti centeſima, hæc duos milliones centum & undecem millia & quadringenta ſeu 2111

400 particularum, in quas divisum est cuprum, continebit.

Secundum, quod proponimus, exemplum ex sequentibus ducitur principiis.

Omnes recentiores consentiunt philosophi odores oriri à profluviis ex corpore odorifero prodeùntibus & undique in medio dispersis, quæ ope spiritus, quem per nares trahimus, in nervos olfactorios irruunt, eos irritant, atque sic sensorium afficiunt; unde sequitur, in quocunque loco odor cujusvis corporis sentitur, in eo esse aliquas particulas corporis odoriferi sensum afficientes; at plurima sunt corpora odora, quæ ad distantiam quinque pedum facile olent, & sensum humanum olfactorium movent; erunt igitur per omne illud spatium quædam corporis odori diffusæ particulæ, ita scil. ut ubicunque in eo spatio ponantur nares, ibi aliqua esse corporis odoriferi effluvia necesse sit; saltem quædam erunt in ea aeris quantitate, quæ simul per inspirationem intra nares ducitur. ponamus igitur esse unam tantum corporis odori particulam in unaquaque istius spatii parte, quæ digiti cubici partem quartam magnitudine adæquat; quamvis verisimile sit effluvia tam rara vix sensum movere posse, nolumus tamen plura assumere; tot igitur ad minimum erunt particulæ odorem producentes, quot sunt in sphæra, cujus semidiameter est quinque pedum, spatiola, quorum unumquodque æquale est digiti cubici parti quartæ: at in illa sphæra sunt ejusmodi spatiola numero 3618976, tot erunt igitur in illo spatio particulæ odorem producentes.

Utcunque igitur definito effluviorum numero, progrediamur ad eorum magnitudinem determinandam. Cum quantum effluviorum à corpore quovis decidit, tantum necesse erit ut corpus illud de pondere suo amittat; erit pondus effluviorum omnium, in dato quovis tempore, à corpore odorifero prodeuntium æquale ponderi partis eo in tempore amissæ; jam per experimenta comprobavit *Boyleus* determinatam quandam assæ fœtidæ massam aperto aeri expositam, sex

dierum

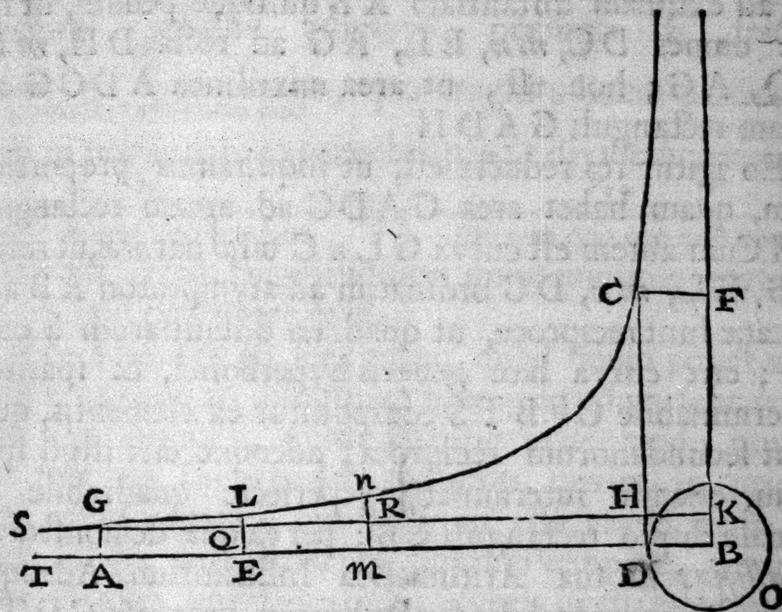
dierum ſpatio, vix grani partem octavam de ſuo pondere amiſiſſe; cum vero continuus eſt effluviorum à corpore odorifero effluxus, patet oportere eum ſemper tempori proportionalem eſſe, adeoque tempore unius minuti primi erit pondus effluviorum ab aſſa fœtida decidentium æquale grani parti $\frac{1}{69\,120}$. Eſt autem magnitudo particulæ aqueæ, cujus pondus eſt unius grani, æqualis digiti cubici partibus $\frac{369}{100\,000}$, & proinde ejuſdem aquæ particula, cujus pondus eſt pars grani $\frac{1}{69120}$, magnitudine æqualis erit partibus digiti cubici $\frac{533}{10\,000\,000\,000}$; atqui eſt gravitas aſſæ fœtidæ ad aquæ gravitatem (ut ipſe expertus ſum) ut 8 ad 7, & proinde magnitudo quantitatis aſſæ fœtidæ, cujus pondus eſt unius grani pars $\frac{1}{69\,120}$, æqualis erit partibus digiti cubici $\frac{466}{10\,000\,000\,000}$; ſed effluviorum omnium numerus ſupra inventus ponitur 3618976, adeoque cum omnia hæc effluvia digiti cubici partes $\frac{466}{10\,000\,000\,000}$ tantum adæquant, erit unaquæque particula æqualis digiti cubici partibus $\frac{466}{36\,189\,760\,000\,000\,000}$; ſeu reducendo hanc fractionem ad decimalem, erit uniuſcuſque particulæ magnitudo æqualis digiti cubici partibus $\frac{12}{1\,000\,000\,000\,000\,000}$ ſeu partibus duodecem millebillioneſſimis.

In hiſce ſuppoſuimus particulas odorem producentes eſſe ubique in prædicta diſtantia æqualiter diffuſas; at cum verſus centrum ſeu corpus odoriferum, à quo prodeunt, ſpiſſiores & plures ſunt quam verſus extimam ſphæræ ſuperficiem, multo plures erunt particulæ quam

 ſuperius

ſuperius determinavimus. Cum enim odores (ſicut cæteræ omnes qualitates, quæ à centro ſecundum rectas lineas propagantur) decreſcunt in duplicata ratione diſtantiæ auctæ ab eodem centro, erit numerus particularum odorem producentium, & in dato ſpatio incluſarum, *v.g.* in digiti cubici quadrante ad diſtantiam unius pedis, quadruplus numeri particularum quæ in ſpatio æquali ad diſtantiam duorum à centro pedum locantur: & novies major erit numerus particularum ad diſtantiam trium pedum, & ſic de cæteris; at ſi ubique non plures forent quam ſunt ad extremam ſuperficiem, eſſet eorum numerus ſupra inventus 36156330 88. patet igitur revera eſſe ipſarum numerum numero prædicto multo majorem.

Ut igitur, in prædicto caſu, particularum odores producentium numerus determinetur, cognoſcenda eſt quantitas aſſæ fœtidæ, quam aeri expoſuit *Boyleus*; at ex ipſius ſcriptis non conſtat quanta hæc fuit; neceſſe erit igitur ut aſſumamus aliquam illius quantitatem; ſed quo minorem ipſam ponamus, eo major evadit proportio numeri particularum ex ea profluentium ad numerum ſuperius inventum, cæteris omnibus pariter poſitis; ut igitur numerum vero non majorem eruamus, aſſumenda eſt quantitas probabiliter major eâ, quam aeri expoſuit *Boyleus*, ſitque ea æqualis ſphæræ, cujus diameter ſit ſex digitorum, per circulum D H O hic repræſentatæ; ſitque recta A D quinque pedum, ſeu 60 digitorum; erit A B 63 digitorum; ad punctum A ſuper A B erigatur perpendicularis A G, quæ repræſentet denſitatem ſeu numerum particularum intra datum ſpatium ad diſtantiam A B; & ſi in omnibus diſtantiis eadem eſſet particularum denſitas, earum numerus per rectas innumeras E Q, *m* R, D H, &c. parallelogrammum A H complentes, hoc eſt, per ipſum parallelogrammum A H exponi poſſit. Cum vero numerus particularum, in acceſſu ad centrum, ſupponatur creſcere in ratione diſtantiæ diminutæ duplicatâ; ad puncta



puncta E, *m*, D & alia innumera in recta A B sumpta erigantur perpendicula E L, *m n*, D C, quæ sint ad A G, ut quadratum rectæ A B ad quadrata rectarum E B, *m* B, D B &c. respective; & per puncta G, L, *n*, C & alia innumera eodem modo determinata ducatur curva; si jam A G repræsentet numerum particularum ad distantiam A B, E L repræsentabit earum numerum ad distantiam E B, posito quod particularum densitates sunt reciproce in duplicata ratione distantiarum à centro; at E Q ipsarum numerum denotasset, si ubique eadem fuisset earundem densitas; eodem modo, *m n* exponet densitatem particularum ad distantiam *m* B; at *m* R ipsarum numerum repræsentasset, si ubique uniformiter spissæ essent; sic etiam D C denotabit numerum particularum ad distantiam D B positarum; si vero ubique æqualiter densæ essent, numerus ille per D H repræsentandus foret; adeoque tota multitudo particularum, quæ à sphæra D B O profluunt, & quarum densitas decrescit prout recedunt à centro in ratione distantiæ auctæ duplicata, est ad earum multitudinem, si ubique ipsarum densitas ea esset, quæ

est ad extimam distantiam A B quinque pedum, ut rectæ omnes D C, *m n*, E L, A G ad rectas D H, *m* R, E Q, A G; hoc est, ut area mixtilinea A D C G ad aream rectanguli G A D H.

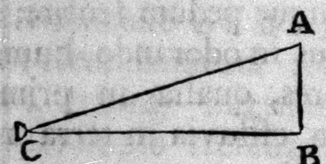
Eo igitur res reducta est, ut inquiramus proportionem, quam habet area G A D C ad aream rectanguli AH. Cum autem est curva G L *n* C talis naturæ, ut rectæ A G, E L, *m n*, D C ordinatim ad asymptoton A B applicatæ sunt reciproce, ut quadrata distantiarum à centro; erit curva hæc generis hyperbolici, & spatium interminabile C F B T S componitur ex elementis, quæ sunt secundanorum reciproca; adeoque erit illud spatium, etiamsi interminabile, perfecte quadrabile & æquale duplo rectanguli C B; per ea quæ demonstravit *Wallisius* in sua Arithmetica Infinitorum. Adeoque erit area interminabilis seu indefinite protensa C D T S ipsi C B rectangulo æqualis; & eodem modo area indefinitè protensa G A T S æqualis erit rectangulo G B; erit itaque excessus, quo area C D T S superat aream G A T S, æqualis excessui, quo parallelogrammum C B superat parallelogrammum G B. Investigemus igitur horum rectangulorum differentiam; Cum ex hyp. sit A D 60 digitorum, & B D trium, erit A B 63 digitorum; sitque A G unitas, & cum est D B*q* ad A B*q* ut A G ad C D, hoc est, ut 9 ad 3969; erit C D partium 441 qualium A G est 1; adeoque C D × D B, seu rectangulum C B erit ad rectangulum B G, ut 1323 ad 63; & proinde rectangulorum differentia, hoc est, area G H D C erit partium 1260, qualium scil. rectangulum A H est 60. adeoque numerus particularum ex assa fœtida prodeuntium, quarum densitates decrescunt in duplicata ratione distantiæ auctæ, & intra sphæram cujus diameter est 5 pedum contentarum est ad earundem numerum, (si ubique earum densitas est æqualis ei quæ fit ad distantiam quinque pedum) ut 1260 ad 60; hoc est, ut 21 ad 1; si igitur numerus supra inventus 3618976 per 21 multiplicetur, productus dabit

dabit numerum particularum ex aſſa fœtida prodeuntium, ſcilicet 3618976. præterea ſi fractio $\frac{12}{1\,000\,000\,000\,000\,000}$, quæ magnitudinem particularum in priore caſu exprimebat, per 21 dividetur, quotiens $\frac{12}{21\,000\,000\,000\,000\,000}$ ſeu $\frac{57}{100\,000\,000\,000\,000\,000}$ exhibebit veram magnitudinem uniuſcujuſque particulæ, in hoc poſteriore caſu.

Hæc omnia ex eo ſequuntur, quod homo poteſt aſſæ fœtidæ odorem ad diſtantiam quinque pedum ſentire; at ſunt alia animalia, quorum ſenſus in odorando humanis ſenſibus ſunt multo acutiores, qualia in primis ſunt canes venatici, qui ferarum effluvia in terra relictas longo poſt deceſſeum ferarum tempore, percipiunt; & aves quædam, quæ pulveris pyrii odorem ad magnam diſtantiam ſentiunt. oportet certe ut iſtiuſmodi effluviorum ſubtilitas longe major ſit ea, quam ex ſuperiore calculo elicimus; at ob experimentorum defectum non poteſt ea facile ad numeros revocari.

Ut materiæ ſubtilitatem ulterius oſtendant philoſophi, in exemplum adducunt animalcula illa, quæ in aliorum animalium ſemine & in aliis liquoribus natantia conſpiciuntur; hæc equidem in quibuſdam fluidis adeo minutila ſunt, ut per Microſcopia objectum multum augentia viſa ut puncta appareant; imo ſolertiſſimus ille naturæ indigator *Lewenhookius* plura horum animalculorum in lactibus unius aſelli deprehendit, quam ſunt homines in tota terreni globi ſuperficie degentes. Sed lubet horum animalculorum magnitudinem veram inveſtigare. ad quod præſtandum ſequentia ex opticis ſuppono. Primo, Imaginem cujuſvis objecti ſub eodem angulo ex vertice emerſionis lentis apparere, quo viſibile ex vertice incidentiæ; hoc in *Cl. Gregorii* Elementis Dioptricis prop. 18. demonſtratum proſtat. 2do, Per experientiam comprobatum eſt ea objecta, quæ tanquam puncta videntur, hoc eſt, quorum partes

partes à ſe invicem viſu diſtingui nequeunt, ſub angulo uno minuto primo non majori apparere. 3^{tio}, Satis experiendo conſtat pleraque iſtiuſmodi animalculorum tantillæ eſſe magnitudinis, ut per lentem viſa, cujus diſtantia focalis eſt pars digiti decima, tanquam puncta appareant; hoc eſt, eorum partes nequeunt diſcerni; adeoque ſub angulo uno minuto primo non majori ex vertice iſtius lentis apparebunt. eo igitur deventum eſt, ut inveſtigemus magnitudinem objecti, quod ſub angulo dato ad datam diſtantiam apparet; hoc eſt, ſi in præſenti caſu ſit C vertex lentis, A B longitudo animalculi, B C ejus diſtantia à lente $\frac{1}{10}$ digiti, & angulus



B C A ſub quo ad illam diſtantiam videtur; ex datis B C & angulo B C A invenienda eſt A B longitudo objecti. Jam in triangulo rectangulo A B C, ex datis (præter angulum ad B rectum) angulo B C A unius minuti primi, & latere B C æquali parti decimæ, per Trigonometriam innoteſcet latus A B æquale quam proxime $\frac{3}{100\,000}$ unius digiti. Si igitur animalcula illa eſſent figuræ cubicæ, ejuſdem ſcil. longitudinis, craſſitiei & latitudinis; ipſorum magnitudo per cubum fractionis $\frac{3}{100\,000}$ exprimenda eſſet; ſcil. per numerum $\frac{27}{100\,000\,000\,000\,000\,000}$; æquale ſcil. eſſet unumquodque viginti ſeptem partibus mille billioneſimis digiti cubici.

Hinc, quod quidam philoſophi de angelis ſomniarunt, verum erit de noſtris animalculis, nempe poſſe multa eorum millia ſuper parvæ aciculæ cuſpidem ſaltitare.

Hinc etiam colligitur quantum eſt intervallum, quantilla intercedit proportio inter minima hæc natantia

animalia

animalia & illa maxima, immanes nempe balænas, quæ in oceano montium inſtar apparent, quoties ex aquis ſua capita emergunt; ſunt enim in quibuſdam liquoribus animalcula tantillæ magnitudinis, ut ſi calculus ineatur, invenietur ingentem terræ molem non ſatis amplam futuram, ut ſit tertia proportionalis minutiſſimis his animalibus natantibus, & vaſtis oceani cetis; adeo ut ipſa terra, utcunque magna videatur, minorem tamen deprehenditur habere rationem ad piſces hos maximos, quam hi ad illos minimos, qui in animalium ſemine natantes per microſcopia conſpiciuntur.

Cum animalculum quodvis ſit corpus organicum, perpendemus pauliſper, quam delicatulæ & ſubtiles debent eſſe partes ad ipſum conſtituendum, & ad vitalem actionem conſervandam neceſſariæ. haud mehercule facile concipitur, quo pacto in tam auguſto ſpatiolo comprehendi poſſunt; cor, quod ipſius vitæ fons eſt, muſculi ad motum neceſſarii, glandulæ ad liquores ſecernendum, ventriculus & inteſtina ad alimenta digerenda, & alia membra innumera ſine quibus animal eſſe non poteſt. Sed cum ſingula memorata membra ſunt etiam corpora organica, alias etiam habebunt partes ad ſuas actiones neceſſarias. conſtabunt enim ex fibris, membranulis, tunicis, venis, arteriis nervis & hiſce ſimilibus canaliculis numero fere infinitis, quorum exilitas imaginationis vires ſuperare videtur. At his infinite propemodum minores debent eſſe partes fluidi, quod per canaliculos hoſce decurrit, nempe ſanguis, lympha & ſpiritus animales, quorum in grandioribus animalibus incredibilis eſt ſubtilitas.

Libet craſſiores ſanguinis partes in his animalculis contemplari, globulos nempe, qui in ſanguine natant, ipſorumque magnitudinem calculo eruere.

Ad quod præſtandum ſequentem adhibebimus hypotheſim; Nempe quod diverſorum animalium ſimiles partes ſolidæ, hoc eſt, ſimiles particulæ corporeæ, ſeu partes trina dimenſione conſtantes ſunt ut ipſorum ani-

malium magnitudines. Unde sequitur diversorum animalium similes dimensiones lineares esse in subtriplicata ratione magnitudinum animalium; hoc est, ut harum magnitudinum radices cubicæ: *v. g.* Cor humanum est ad cor animalculi cujusvis, per microscopium visi, ut ipsum corpus humanum ad corpus animalculi; & proinde, si utriusque corda sunt figuræ similes, erit Diameter unius ad alterius diametrum, ut radix cubica magnitudinis unius ad radicem cubicam alterius magnitudinis. Sic etiam vasa sanguifera minima in homine sunt ad vasa similia minima in animalculo, ut magnitudo hominis ad animalculi magnitudinem; & Diameter vasis minimi in corpore humano erit ad diametrum vasis minimi in corpore animalculi, ut radix cubica magnitudinis humanæ ad radicem cubicam magnitudinis animalculi.

Ponamus jam hominis mediocris magnitudinem esse trium pedum cubicorum, seu digitorum 5184, ut igitur magnitudo hominis mediocris seu digiti cubici 5184 ad magnitudinem animalculi superius traditam, æqualem nempe digiti cubici partibus $\frac{27}{1\,000\,000\,000\,000\,000}$, ita vasa minima in corpore humano ad similia vasa minima in animalculo; & ut radix cubica magnitudinis humanæ, seu ut radix cubica numeri 5184 ad radicem cubicam magnitudinis animalculi, seu ad radicem cubicam numeri $\frac{27}{1\,000\,000\,000\,000\,000}$, hoc est, quam proxime ut 17 ad $\frac{3}{100\,000}$, ita diameter vasis minimi in corpore humano ad diametrum vasis minimi in animalculo; Verum Cl. *Lewenhookius* istiusmodi vasa in corpore humano detexit ope microscopii, ut posita diametro unius arenulæ $\frac{1}{30}$ digiti, hæc contineret 2640 diametros talium vasculorum, quæ in humano corpore conspexit; adeoque erit diameter unius hujusmodi vasculorum

lorum æqualis $\frac{1}{2640} \times \frac{1}{30}$ digiti, hoc eſt, æqualis digiti parti $\frac{1}{79\,200}$; & quamvis certum ſit hæc vaſa non fuiſſe minima eorum, quæ ſunt in corpore humano, nam & alia hiſce multo minora ibi eſſe oportere, facile eſt oſtendere; ponamus tamen ipſa fuiſſe minima. Fiat igitur ut 17 ad $\frac{3}{100\,000}$ ita $\frac{1}{79\,200}$ ad alium numerum; Numerus ille exprimet in partibus digiti diametrum vaſis minimi in animalculo; qui, operando per regulam trium, invenitur $\frac{3}{174\,640\,000\,000}$ hæc fractio ad decimalem reducta erit quam proxime $\frac{17}{1\,000\,000\,000\,000}$. Vel (ut numeris rotundis adhibeamus) $\frac{2}{100\,000\,000\,000}$. Cum autem neceſſe eſt ut diameter globuli vel particulæ fluidi, quod in vaſe aliquo continetur, ipſa vaſis diametro non ſit major, erit diameter globuli ſanguinei, qui per vaſa hæc minima decurrit, non major digiti partibus $\frac{2}{100\,000\,000\,000}$; adeoque ipſorum globulorum ſoliditas ſeu magnitudo minor erit cubo iſtius diametri, hoc eſt, minor erit partibus digiti cubici $\frac{8}{1\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000}$; hoc eſt, erit globulorum magnitudo minor ea digiti cubici parte, quæ exprimitur per fractionem, cujus numerator eſt numerus octenarius, denominator vero eſt numerus decem quintillianarius, ſeu qui ſcribitur per unitatem cum triginta tribus Cyphris poſt ſe.

Cum fractio, qua globulorum magnitudo exprimitur, tam numeroſis conſtat cyphris, ut vera ipſorum quantitas non exinde facile concipitur; Libet ulterius progredi & globulos hoſce cum aliis minimis, quæ nudo oculo conſpici poſſunt, corporibus comparare, *viz.*

 cum

cum minutissimis arenulis, talibus scil. ut ipsarum diametri digiti partem centesimam non excedant, & denique minimas has arenulas cum aliis maximis terræ corporibus ingentibus *e. g.* montibus; ut videamus qualem ad se invicem obtineant rationem; atque sic multo melius particularum exilitas intelligetur. Sed cur hac utar voce? cum potius dicendum est, comparatione sic facta, illorum subtilitatem prorsus incomprehensibilem fore. Nam exinde colligitur ne quidem decem mille ducentos quinquaginta & sex altissimos totius telluris montes posse continere tot arenulas, quot potest una arenula continere globulos animalculorum sanguineos; non mirum erit, Academici, si ad hæc attonitis hæreatis animis, & re tam prodigiosa percussi ipsam materiæ infinitam divisibilitatem etsi validissimis suffultam demonstrationibus in dubium vocetis. Utcunque vero res hæc prima facie prorsus incredibilis videatur, ipsam nihilominus ex claris & facillimis principiis deducemus.

Ut facilius calculus ineatur, vocemus decimam pedis partem unum digitum, & ponamus centum arenulas juxta se positas spatium istius longitudinis digitalis occupare; vel, quod idem est, supponantur mille arenulæ contiguæ per longitudinem pedis extendi, erunt igitur in uno digito cubico arenulæ 1 000 000, & in pede cubico erunt arenulæ 1 000 000 000. Sit milliare unum seu mille passuum æquale 5000 pedibus, erunt pedes cubici in uno milliari cubico 125 000 000 000; adeoq; arenularum numerus, quæ in uno milliari cubico contineri possunt, erit 125 000 000 000 000 000 000.

Jam ut montium dimensiones habeamus, sumamus altissimum, ut vulgo creditur, totius telluris montem, eum nempe qui in Insula Teneriffa est, & *El. Pico de Terrario* dicitur, cujus altitudo perpendicularis vulgo æstimatur trium milliarium Italicorum. Supponamus montem hunc esse figuræ conicæ, atque hujus circuitum ad basim esse triginta & quinque milliarium, erit area

area basis 97,5 circiter milliarium; nam ut 314 ad 100, hoc est, ut circuli circumferentia ad diametrum, ita 35 ad 11, 14 diametrum seu montis crassitiem ad basim, cujus pars quarta 2785 ducta in peripheriam 35 scil. dat aream basis æqualem scil. 97,5 milliaribus quadraticis; cum igitur mons ex hyp. sit figuræ conicæ, si basis in tertiam altitudinis partem multiplicetur, productus in milliaribus cubicis exhibebit ipsius montis contentum solidum; atque tertia pars altitudinis ex hypothesi æqualis est uni milliari, qui multiplicans numerum 97.5 productus, seu montis soliditas erit æqualis milliaribus cubicis 97, 5; qui numerus si rursus multiplicetur per 124 000 000 000 000 000 000, productus seu numerus 12 187 500 000 000 000 000 000 exhibebit numerum arenularum ex quibus mons insulæ *Teneriffæ* componi possit.

Hisce investigatis, videamus quot particulæ seu sanguinei globuli in una arenula contineri possunt. ex supra monstratis uniuscujusque globuli magnitudo minor est digiti cubici partibus

$$\frac{8}{1\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000};$$ & magnitudo unius arenulæ æqualis est digiti cubici parti $\frac{1}{1\,000\,000}$; adeoque si posterior hic numerus per priorem dividatur quotiens $\frac{1\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000}{8\,000\,000}$

seu $\frac{1\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000}{8}$; hoc est,

125 000 000 000 000 000 000 000 000 minor erit numero globulorum sanguinis, qui in magnitudine unius arenulæ contineri possunt; sed numerus hic 125 000 000 000 000 000 000 000 000 divisus per 12 187 500 000 000 000 000 000 numerum arenularum, quæ in monte Insulæ *Teneriffæ* contineri possunt, quotiens major erit quam numerus 10 256; adeoque una arenula plusquam decem millies ducenties quinqua-

 gesies

gesies & sexies plures globulos sanguineos in se continere potest, quam Altissimus totius telluris mons arenulas; vel, quod idem est, decem mille ducenti quinquaginta & sex montes, quorum unusquisque æqualis est altissimo totius telluris monti, non tot possint in se continere arenulas, quot una arenula possit in se continere particulas sanguineas animalculorum, quæ per microscopia in quibusdam fluidis natantia cernuntur. Quod erat ostendendum. Cum igitur globuli hi tantillæ sunt magnitudinis, quid sentiendum erit de particulis fluidum componentibus, in quo istiusmodi globuli vehuntur, & de spirituum animalium subtilitate? hæc proculdubio tanta est, ut omnem calculum & imaginandi vim fugiat.

Supra modum mirabilis est hæc naturæ subtilitas; at sunt aliæ materiæ particulæ memoratis multo subtiliores, ad quas si prædicti globuli referantur non montium sed ingentium terrarum instar apparebunt. Lucis intelligo particulas, quæ à corpore lucido ineffabili celeritate undiquaque projiciuntur, quarum subtilitatem animus humanus nunquam forte nisi post adeptam in cœlis perfectionem assequetur; immensam tamen ipsam esse vel exinde colligitur, quod lumen tenuissimæ lucernæ in tempore omnino insensibili, & absque ullo sensibili ipsius lucernæ decremento, ad distantiam duorum millia passuum ab oculo sentitur; Unde necesse est, ut in omni assignabili parte sphæræ activitatis istius lucernæ, cujus diameter quatuor millibus passuum major est, & in omni assignabili temporis particula, sint quædam istius lucernæ particulæ, quæ oculum ingrediuntur vel ingredi possunt; quæ quidem in diversis temporis partibus diversæ erunt. Atque per ineffabilem illam lucis subtilitatem fit, ut Sol etiamsi continuo ab ipsius creationis exordio lucem celerrime in omnem mundi partem emittat, non tamen sensibile quidquam per omne illud tempus de sua magnitudine amisit, etiamsi quotidie per aliquam, inæstimabilem

mabilem licet, quantitatem decrescat; unde etiamsi post sex mille annos ejus diminutio nondum notabilis evasit, post finitam tamen annorum seriem, quamvis valde protractam, totus dissipabitur. Ex quo sequitur Mundum hunc nec in æternum existere posse, nec potuisse ab æterno extitisse.

Qui dicta in hisce lectionibus probe intellexerit, is potest facile sequentis problematis solutionem exhibere;

Data materiæ quavis quantitate, v. g. *ea quæ est in una arenula, & spatio quovis quantumvis magno, finito tamen* v. g. *æquali ei, quod intra sphæram fixarum continetur, materiam hanc ita per totum illud spatium disponere, & ipsum ita per illam materiæ particulam implere, ut nullum sit in spatio hoc vacuum, cujus diameter major sit quam data recta; vel, quod idem est, efficere ut diametri pororum istius arenulæ, quæ totum illud spatium occupat, sint data recta minores.*

Atque eodem modo, quo solvitur hoc problema, ostenditur quo pacto fieri potest ut una arenula totum illud spatium obfuscet & ne minimo lucis radio transitum præbeat, sed totum illud spatium opacum reddat.

LECTIO VI.

De Motu Loco & Tempore.

CUM hactenus de corporum Soliditate, Extensione, Divisibilitate, & Subtilitate, satis à nobis dictum sit; ad motum jam, nobilissimam, qua gaudet corpus, affectionem, dilucidandum accedimus: quo mediante se prodit natura, eâ rerum varietate agentem, quæ videri non sine stupore debet; quo sublato, omnis periret mundi ornatus, & spectabilis pulchritudo; atque horrendæ tenebræ, & infinitus torpor, res omnes occuparent. Ab hoc pendent dierum & noctium vicissitudines, frigoris, & caloris, nivis, pluviæ, & serenitatis, sese mutuo excipientium tanta varietas, atque anni tempestates omnes. Per motum crescunt plantæ, nutriuntur arbores, & vivunt animalia, cum ipsa vita non nisi in motu, hoc est sanguinis circulatione consistit. Sed quid singulis enumerandis morer? cum res omnes ex motu nascuntur.

Scientia igitur de motu, ad rite philosophandum adeo est necessaria, ut ne vel minimum naturæ opus absque eo investigari possit. Hinc celebre & verissimum illud philosophi Effatum ἀναγκαῖον ἀγνοουμένης αὐτῆς κινήσεως ἀγνοεῖσθαι καὶ τὴν φύσιν. Ignorato motu naturam ignorari necesse est.

De motus natura, causis, & communicatione, multum inter se disceptant Physici seu potius Metaphysici; & mirum est quantas lites, de re satis clara, moverunt; & quæ idearum confusio, quæ tenebræ exinde subortæ sunt, adeo ut inter disputandi ineptias, naturalis & simplex, quam de eo habuerunt notitia, ipsis elabi videatur. Vix enim è plebe quemquam, aut rudem artificem inveniemus, qui non plus novit de vera natura,

atque

atque causa quam omnes hi disputantes philosophi, quorum quidem aliqui eo pervenerunt insaniæ, ut motum omnem tanquam rem impossibilem à corporibus sustulerunt & argutias quasdam proposuerunt quibus illius impossibilitatem adstruere sibi visi sunt.

Liceat hic validiora quædam illorum argumenta proferre; & primum sit illud Diodori Croni: Nempe, si corpus movetur, vel movetur in loco quo est, vel in loco quo non est, quorum utrumvis est impossibile; si enim movetur in loco quo est, ab illo loco nunquam exiret, adeoque nullus daretur motus; similiter non potest movere in loco quo non est, quia nihil agit in loco quo non est, ergo non omnino movebitur corpus. Respondeo, nec corpus movere in loco quo est, nec in loco quo non est, sed movere è loco in locum.

Secundum Argumentum est illud Zenonis, quod Achillis nomine insignivit, quo Zeno conatur probare, si daretur motus, Achillem etsi velocissimum testudinem animalium tardissimam nunquam assecuturum: est autem ejusmodi; ponâtur Achillem à testudine distare per quodvis spatium finitum, *v. g.* mille passuum, atque eum centies velocius testudine movere supponamus; ergo dum Achilles unum percurrit milliare, testudo milliaris partem unam centesimam conficiet, adeoque Achilles testudinem nondum est assecutus; & rursus dum Achilles partem illam milliaris centesimam conficit, testudo interim per milliaris partem decemmillesimam reptabit, adeoque nec adhuc testudinem erit assecutus Achilles; eodem modo dum Achilles partem illam milliaris decemmillesimam decurrit, testudo per milliaris partem millionesimam promovebitur, adeoque nec adhuc testudinem attingere potest: atque sic progredi licebit in infinitum, nec unquam potest testudinem captare, sed semper erit aliqua inter Achillem & testudinem distantia.

Famosum est hoc Zenonis argumentum; ad quod solvendum scripserunt quidam integros tractatus; at nos facillime

cillime

cillime illius nodum diſſolvemus, dicendo milliare, una cum milliaris parte centeſima, una cum milliaris parte decemmilleſima, una cum milliaris parte millioneſima, & ſic in infinitum, quantitati finitæ æquipollere, hoc enim ab arithmeticis demonſtratum extat, quod ſumma ſeriei cujuſvis quantitatum in quavis proportione Geometrica in infinitum decreſcentium, æqualis ſit quantitati finitæ; ſed milliaris pars $\frac{1}{100}$, una cum parte $\frac{1}{10\,000}$, una cum parte $\frac{1}{1\,000\,000}$ una cum parte $\frac{1}{100\,000\,000}$ centum millioneſima, & ſic in infinitum, eſt ſeries quantitatum in proportione geometrica in infinitùm decreſcentium, adeoque illius ſumma, cum ſit æqualis quantitati finitæ, à mobili cum data velocitate moto, finito in tempore percurri poteſt. Ponamus enim Achillem ſpatio unius horæ milliare peragraſſe, ergo & partem milliaris centeſimam in parte horæ centeſima conficiet, & partem milliaris decemmilleſimam, in horæ parte decemmilleſima percurret; eodem modo pars milliaris millioneſima in parte horæ millioneſima peragrabitur, & ſic de cæteris. ſi igitur hora, una cum horæ parte centeſima, una cum horæ parte decem milleſima, una cum horæ parte millioneſima, $+ \frac{1}{100\,000\,000}$ &c. in infinitum, ſi inquam ſumma hujus ſeriei in infinitum continuatæ infinito temporis ſpatio æquipollet, certum eſt Achillem teſtudinem nunquam eſſe aſſecuturum in tempore finito; verum cum, ut hactenus dictum eſt, horæ pars $\frac{1}{100} + \frac{1}{10\,000} + \frac{1}{10\,000}$ &c. ſit ſeries quantitatum in proportione Geometrica in infinitum decreſcentium, erit illius ſumma quantitati finitæ æqualis ſcil. uni parti horæ nonageſimæ nonæ, ut facillime demonſtrari poteſt, & intra illud temporis ſpatium omnes, utcunque

cunque numero infinitæ, temporis particulæ elabentur. Dicimus igitur Achillem testudinem assecuturum post elapsas horam unam & infinitas illas numero particulas quæ in prædictâ serie continentur; hoc est, post horam unam & horæ partem nonagesimam nonam ad testudinem pertinget; atque sic tollitur vis illius argumenti quod tanquam insolubile toties jactaverunt illius patroni.

Hoc etiam proferri solet contra motum argumentum. Moveatur corpus A B ad C, positis B & C duobus punctis contiguis, in instanti D, cum movetur A supponitur esse in B, adeoque in eo instanti non potest ad C pervenire, quia scil. ponitur esse in B, & in eodem instanti non potest esse in utroque, quia nihil potest esse simul in duobus locis, hoc est, in eodem instanti, adeoque in instanti quo est in B non potest ad C pervenire; eodem modo in quolibet alio instanti non potest ad C pervenire, quia adhuc ponitur in B, adeoque secundum hujus argumenti authores nunquam ad C pertinget.

Huic argumento facile responderi potest, dicendo A sub initio instantis D, esse in B puncto, at in fine in puncto C; oportet enim ut tempus omne, in quo peragitur motus finitus, habeat initium & finem.

Sed præterea in allato argumento, non pauca assumpta ponuntur, quæ falsa atque impossibilia sunt, *v.g.* cum duo supponuntur puncta contigua. Si per punctum intelligatur pars indivisibilis seu minima quantitas, talia equidem puncta non dari olim demonstravimus; adeoque si huic hypothesi innitetur argumentum, impossibile erit, ut ullam inferat humano intellectui vim, ad motum convellendum; si vero per puncta intelligantur ipsa puncta mathematica, qualia scil. sunt linearum termini, sectiones, & contactus, hæc equidem ut possibilia agnosco, impossibile tamen erit ut res quævis in iis moveatur; quicquid enim movetur per spatium movetur, at punctum mathema-

ticum alio puncto contiguum non potest spatium componere, sed punctum; nam sicut in Arithmetica mille cyphræ seu nihil millies sumptum nihilo æquipollet; sic in Geometria mille puncta, vel etiam infinita simul puncta quantitatem non component, sed puncto seu non quanto æquipollebunt; unde cum duo puncta contigua tantum puncto æquantur, lubens agnosco non posse motum per ea fieri, at nihil inde sequitur absurdi, motus enim per spatium non tollitur, sed motus per punctum, & absurdum quidem esset si istiusmodi concederetur motus.

Quod de punctis diximus idem potest instantibus accommodari, ostendendo ut magnitudines omnes, sic etiam tempus esse in infinitum divisibile, adeoque nullam esse temporis particulam quæ proprie instans dici potest, seu punctum temporis, sicut nulla est pars lineæ quæ cum puncto Geometrico coincidit, & ut infinita puncta non lineam componunt, sed punctum, sic etiam infinita instantia, seu temporis puncta, nulli tempori æquantur: potest quidem spatium temporis inter diversa instantia dato tempori æquari, at ipsa instantia nulli tempori æqualia erunt, tempus enim non ex instantibus, sed ex partibus quæ sunt tempora componitur, nec motus in instanti sed in tempore peragitur.

Sed hisce nugis valere jussis ad institutum revertor.

Cum motus de quo acturi sumus sit motus localis, res postulat ut quædam de loco & tempore prius disseramus. Locus distingui solet in internum, & externum. Internus locus est spatium quod à corpore locato repletur; externus autem is solus est, qui ab Aristotele definitur, & dicitur superficies concava corporis ambientis, & locatum continentis.

Clarius fortasse distinguetur locus, sicut & spatium, in absolutum & relativum. Locus absolutus seu primarius est ea spatii immobilis, permanentis & undique expansi pars, quæ à corpore locato occupatur; Locus relativus seu secundarius est apparens ille & sensibilis,

lis, qui à sensibus nostris ex situ ad alia corpora definitur. Cum enim spatium ipsum sit ens similare & uniforme, cujus partes videri nequeunt, & per sensus à se invicem distingui, ideo convenit ut corporum loca ad alia corpora referantur, & per distantias & positiones ad alia ista corpora determinantur, *v. g.* ponamus aliquem in angulo quovis domus alicujus sedere; illius locus per distantiam respectum & positionem quam habet ad alios angulos, parietes, & circumstantia corpora, quæ tanquam immobilia spectantur, definietur; & quamdiu quisquam eundem situm, & distantiam ab hisce corporibus conservat, tamdiu in eodem manere loco videbitur; sic etiam si quisquam in nave sedeat, sive quiescit navis sive movetur, quamdiu eandem servat distantiam ab omnibus navis partibus quæ tanquam quiescentia spectantur, & eadem manet ad eas omnes positio, idem etiam manebit illius locus relativus.

Quod de loco diximus potest etiam spatio similiter applicari, scil. illud quoque in absolutum & relativum distingui; Absolutum dicimus illud, quod sua natura, absque relatione ad externum quodvis, semper manet similare & immobile. Relativum autem est quod ad corpora quædam refertur, per quæ determinatur, & mensuratur; cujus nempe partes ad corpora illa eandem semper servant positionem & situm, & quarum distantia ab iis immutata, eadem semper perseverat.

Spatium relativum idem semper magnitudine & figura est cum spatio absoluto, non tamen necesse est ut idem semper numero maneat cum eodem; nam in prædicto navis exemplo, si navis absolute quiescit, in eo quidem casu spatium relativum cum absoluto coincidit, non magnitudine & figura tantum, sed etiam & numero: at si ponamus navem movere, spatium absolutum quod intra cavitatem navis continetur, erit in diversis locis diversum; at cum ipsa cavitas & figura

navis eadem manet, erit ſpatii in ea contenti eadem ſemper & invariata magnitudo, eadem illius figura, & ejus partes ſimiliter ſitæ, ad eaſdem navis partes, eandem ſemper habent poſitionem & diſtantiam, & proinde idem ſpatium relativum dici meretur.

Sic etiam in hypotheſi terræ motæ, ſpatium quod intra parietes ædificii continetur, etſi abſolutum ſcil. ſpectando, ſemper mutatur, cum tamen eadem manet ædificii cavitas, eadem figura, & omnes ſpatii contenti partes ſimiles, ad eaſdem ædificii partes eundem ſemper conſervant ſitum, imo cum ad ſpatium aeris noſtri relativum, ſeu etiam ad omnes terræ partes, eandem ſemper obtinet poſitionem, ſpatium illud idem relativum dici poteſt.

Eodem modo & tempus diſtingui poteſt in abſolutum & relativum. Tempus abſolutum æquabiliter fluit, hoc eſt, nunquam tardius, nunquam velocius procedit, ſed abſque omni relatione ad corporis cujuſcunque motum, æquo ſemper labitur tenore. Tempus relativum ſeu apparens eſt ſenſibilis durationis cujuſvis per motum menſura; cum enim ipſius temporis fluxus æquabilis ſenſus non afficit, advocandus eſt in ſubſidium motus æquabilis, ut menſura aliqua ſenſibilis, quæ illius quantitatem determinet, cujus partes temporis partibus ſemper reſpondeant, & proportionales ſint; motus autem ille uniformis, qui ad menſuram temporis adhibendus eſt, debet eſſe maxime notabilis, cunctis obvius, & in omnium ſenſus incurrens, qualis vulgo cenſetur apparens ille Solis & Lunæ, & reliquorum ſiderum revolutiones; per quas tempus partimur in horas, dies, menſes, & annos; Et ſicut ea tempora æqualia judicamus, quæ præterlabuntur dum mobile aliquod æquabili velocitate latum æqualia ſpatia percurrit, ſic æqualia etiam dicenda ſunt tempora, quæ fluunt dum Sol, vel Luna, revolutiones ſuas ad ſenſum æquales peragunt.

Verum cum, ut hactenus dictum eſt, temporis fluxus

accelerari

accelerari aut retardari nequit, corpora autem omnia nunc incitatius nunc ſegnius moveri poſſunt, nec fortaſſe datur in rerum natura motus perfecte æquabilis, neceſſe eſt ut tempus abſolutum ſit aliquid à motu vere & realiter diſtinctum, nec illius natura magis à motu corporum quam ab eorundem quiete dependet; ponamus enim cœlum & ſidera ab ipſo mundi exordio immobilia perſtitiſſe, at non ideo ſiſti potuit temporis curſus, ſed illius quieſcentis ſtatus duratio æqualis eſſet tempori quod jam movendo elapſum eſt; præterea cum conſtat ex ſacra hiſtoria tempore *Joſuæ*, ſolem in eodem cœli viſibilis puncto, per aliquod tempus immotum manſiſſe, non tamen ideo tempus abſolutum perſtitit & cum ſole rurſus progredi cœpit, ſed eodem quo prius celeri præterlabebatur curſu; quamvis omnia horologia ſciatherica eandem diei horam, per omne illud ſtationis tempus indicabant, & ſic quidem ſubſtitit tempus apparens ad ſolis nempe motum relatum, cum abſolutum interim uniformiter progrediebatur.

Sic etiam cum & hodie ſolis motus apparens uniformis non eſt, nec ejus revolutio diurna æquabilis erit, ut omnes agnoſcunt Aſtronomi, ſed aliquando celeriore, aliquando lentiore procedit gradu, ac proinde dies naturalis νυχθήμερον ſeu ſpatium temporis una revolutione diurna elapſum nunc minus nunc majus evadet; adeoque tempus apparens non eodem quo, tempus abſolutum, progreditur tenore, unde ut ab illo diſtinguatur neceſſe eſt.

Cum tempus abſolutum ſit quantum uniformiter extenſum & ſua natura ſimpliciſſimum, poteſt per magnitudines ſimpliciſſimas rite repræſentari, ſeu imaginationi noſtræ proponi; quales imprimis videntur eſſe rectæ lineæ, & circulares, quibuſcum & tempori quædam intercedunt analogiæ. Nam tam temporis, quam rectarum, & circularium linearum partes omnes ſunt ſibi ubique ſimiles & uniformes, & ſicut linea per motum

tum seu fluxum puncti generatur, cujus quantitas ab unica pendet longitudine per motum determinata, sic etiam tempus quodammodo censeri potest instantis continuo labentis vestigium; cujus quantitas ab unica consequatur velut in longum exporrecta successione, quam spatii percursi longitudo demonstrat, & proinde optime per fluxum puncti seu rectam lineam repræsentari potest, quod in sequentibus sæpius fiet.

Observandum autem nos per temporis vocem intelligere spatium illud temporis quo motus transequitur, adeoque cum de rebus physicis & motu agendum est, rite cum Aristotele definiri potest, Mensura motus secundum prius & posterius; non equidem absolutam temporis naturam spectando, sed connexionem illam quam motus cum eo habet, ut scil. nullum spatium à mobili in instanti percurri potest, sed successive & juxta fluxum temporis omnis motus peragitur, qui igitur cum temporis quantitate comparari potest & ab ejus fluxu mensurari.

LECTIO

LECTIO VII.

Definitiones.

I. MOTUS eſt continua & ſucceſſiva loci mutatio.

II. Celeritas eſt affectio motus, quâ mobile datum ſpatium in dato tempore percurrit.

III. Quies autem eſt corporis cujuſvis in eodem loco permanentia.

Hinc ſequitur quietem, motum & celeritatem, ſecundum duplicem loci diſtinctionem, duplices eſſe, abſolutos ſcil. & relativos.

IV. Motus abſolutus eſt mutatio loci abſoluti, & illius celeritas ſecundum ſpatium abſolutum menſuratur.

V. Quies abſoluta eſt permanentia corporis in eodem loco abſoluto.

VI. Motus relativus eſt mutatio loci relativi, cujus celeritas ſecundum ſpatium relativum menſuratur.

VII. Quies vero relativa eſt permanentia corporis in eodem loco relativo.

Ex hiſce ſequitur. Primo, poſſe aliquem relative quieſcere, qui tamen ſecundum ſpatium abſolutum vere & abſolute movetur; *v. g.* ſi aliquis in nave ſedeat, cum eundem retinet locum relativum, eundem ſervat ſitum & diſtantiam ad reliquas navis partes, quæ tanquam quieſcentes ſpectantur, ille relative quieſcit; cum tamen interea eodem provehitur motu, eadem celeri-

tate, & secundum eandem plagam, qua ipsa navis à ventis defertur; in quo casu, omnes navis partes eundem inter se situm servantes spectatori intra navem posito tanquam quiescentes apparebunt: è contra, dum ipsa navis movetur, spectatori in navi locato littora aliaque corpora extra navem circumjacentia moveri videbuntur, ea celeritate, at versus contrariam plagam, qua ad ea revera accedit navis, vel ab iisdem recedit: hujus apparentiæ ratio ex principiis Opticis facile ostenditur: ea enim corpora ut quiescentia videmus, quæ ad ipsum oculum easdem semper servant positiones & distantias. Quæ autem moveri videmus corpora, ea distantias suas & positiones oculi respectu mutare deprehendimus; vel ut paulo altius rem deducamus.

Cum Optica nos doceat omne corpus, quod videtur, imaginem suam ope radiorum à visibili prodeuntium in ipso fundo oculi seu retina depictam habere; sequitur, ut ea objecta moveri videantur, quorum imagines in retina moventur; hoc est, quæ diversas retinæ partes successive pertranseunt, dum quis oculum suum immotum supponit: at ea objecta tanquam quiescentia cernuntur, quorum imagines eandem semper occupant retinæ partem, cum scil. imaginum motus in oculi fundo non sentitur; atque hinc est, quod in nave sedentes ipsius navis motum non percipiant; omnes quippe navis partes inter se relative quiescentes eandem positionem & distantiam quoad oculum servantes, imagines suas in iisdem retinæ partibus semper depictas habebunt; earum igitur motus non videbitur: at cum ad littora oculos vertat spectator, dum ipsa navis movetur, necesse est ut objectum quodlibet externum situm suum oculi respectu mutet, & proinde ejus imago alias atque alias retinæ partes successive occupabit; hoc est, objectum externum movere videbitur. Ob eandem rationem, si terra circa solem vel suum axem moveatur, illius motus ab ipsius terræ incolis

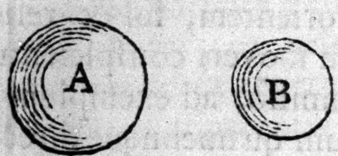
neutiquam

neutiquam percipietur,cum ſc. ædificia & omnia in terra objecta viſibilia iiſdem ſemper terræ partibus inſidentia, eandem ſemper inter ſe & oculum poſitionem ſervabunt; ſin aſtra aliaque omnia corpora terræ non adhærentia aſpiciantur, ea ob eandem cauſam, qua prius littora, moveri videbuntur; hoc eſt, ſi terra circa ſuum axem rotetur ab occidente in orientem, ſol & reliqua ſidera ab oriente in occidentem moveri conſpicientur.

Sed terræ motu pauliſper dimiſſo, ad exemplum navis redeamus; ſi navis ſecundum quamcunque directionem feratur *v. g.* verſus orientem, & aliquis in prora ſedens lapidem verſus occidentem cum eadem velocitate projiciat, qua ipſa navis ad orientem progreditur; lapis in hoc caſu ſpectatori intra navem moveri videbitur verſus occidentem, & ejus velocitas relativa æqualis erit ipſius navis celeritati abſolutæ; revera tamen lapis quieſcit in ſpatio abſoluto, abſtrahendo à terræ motu & eo omni qui ex gravitate oriri poteſt. At ſi ponamus aliquem extra navem in aere pendulum, ille lapidem quieſcentem ſpectabit; cum vero gravis ſit lapis videbit illum perpendiculariter tantum deorſum moventem, nec magis verſus ortum quam occaſum tendentem; vis enim à projiciente in lapidem impreſſa nihil aliud agit, quam deſtruit æqualem vim motûs, quæ à navi verſus contrariam plagam ipſi communicabatur; moto enim quolibet corpore vel ſpatio, etiam omnia corpora vel corporum particulæ intra illud relative quieſcentia, eadem celeritate & ſecundum eandem plagam moventur;

At objiciat aliquis, lapidem è manu projicientis emiſſum in ipſam puppim impingere, eique ictum imprimere, adeoque cum lapis in ipſam puppim irruit, non poteſt non moveri; reſpondeo, verum quidem eſſe eos, qui intra navem verſantur, lapidem in puppim irruentem eamque percutientem conſpicere; at ſi ponatur aliquis extra navem in aere pendulus; ille non lapidem verſus puppim, ſed puppim in lapidem impin-

gentem videbit, & ictus magnitudo, qui in utrovis corpore recipitur, eadem omnino erit ac si navis quiesceret, & lapis revera versus puppim impelleretur, eadem celeritate, qua puppis ad lapidem accedit. Si enim duo sint corpora A & B utcunque æqualia vel inæqualia; eadem erit percussionis vis, sive B cum data celeritate in corpus A quiescens impingat, vel si quiescat B, & A eadem celeritate in ipsum irruit, vel si utrumque corpus versus eandem plagam moveretur, & subsequens A celerius motum in ipsum B impingeret; eadem erit quantitas ictus, ac si B omnino quiesceret & A solum latum esset, differentia celeritatum, qua scil. ipsius celeritas celeritatem corporis B superabat; vel denique, si tam A quam B versus contrarias partes ferantur, ictus magnitudo eadem foret, ac si unum quiesceret, & alterum motum esset cum ea celeritate, quæ sit summæ priorum velocitatum æqualis: verbo dicam. eadem semper manente velocitate relativa corporum, qua ad se invicem accedunt, eadem quoque erit percussionis quantitas, quomodocunque veræ velocitates partiantur, ut in sequentibus demonstrabitur. sed rursus ad navem redeamus.



Si vis, qua lapis à projiciente emittitur, minor sit eâ quæ ex navis motu in hoc casu recipitur, lapis ipse revera in eandem, qua ipsa navis, plagam motu scil. absoluto deferetur; hoc est, à spectatore, quem extra navem in aere hærentem posuimus, versus orientem moveri videbitur, ea celeritate, qua celeritas navis celeritatem motus ab impellentis dextra impressi superabat; at in ipsa navi degentibus lapis versus occasum moveri apparebit, eadem prorsus celeritate, quam à projicientis manu accepit, qua etiam in puppim impingere videbitur.

Sed si quis in puppi sedens lapidem versus proram projiciat,

projiciat, verus & absolutus illius motus erit versus proram seu orientem,& à spectatore nostro extra navem posito ea celeritate ferri conspicietur, quæ æqualis sit summæ duarum celeritatum, illius scil. quam à projiciente accepit, & illius quæ per motum navis ipsi communicabatur.

Hæc omnia hypothesi terræ motus possunt applicari. Si enim terra solummodo circa axem suum revolvatur ab occidente versus orientem, & lapis vel globus è tormento projiciatur ad occidentem ea celeritate, qua terra circa axem vertitur ; impetus, quem globus ex tormento recipit, contrarium impetum, qui ex terra illi imprimebatur, destruet ; adeoque in spatio absoluto quiesceret globus, secluso motu ex gravitate orto ; nihilominus qui in terræ superficie degunt & una cum ea revolvunt, lapidem vel globum versus occasum celeriter ferri conspicient, & si murus aliquis ejus motui apparenti objiciatur, eadem vi globum murum ferientem videbunt, ac si murus revera quiesceret, & globus contra illum ea celeritate impingeret, quam in eo casu ab explosione reciperet ; nam eadem, ut dictum est, erit ictus quantitas, sive globus cum determinata celeritate in murum quiescentem projiciatur, sive murus in globum quiescentem eadem celeritate irruat.

Si minor sit vis, quæ in globum per bombardæ explosionem imprimitur, eâ quæ per diurnum motum terræ illi communicatur, globus revera versus orientem feretur, at quia ejus velocitas minor est ea, qua nos versus orientem revolvimur, globus à nobis ad occidentem tendere conspicietur; & obstaculum quodcunque ejus motui apparenti oppositum ea vi ferire videbitur, ac si revera obstaculum in eodem spatio absoluto permansisset, & globus in ipsum ea vi, quam à bombarda accepit, impegisset. Si deinceps globus versus orientem explodatur, motus ejus absolutus erit in orientem, & ejus velocitas in tantum superabit velocitatem, qua ipsa tellus fertur, quanta est ea quæ globo

per

per bombardam imprimitur, adeoque eâ solâ velocitatis differentiâ in obstaculum quodcunque irruit, & illud percutiet.

Verum universaliter, corporum in dato spatio inclusorum idem erunt motus inter se, iidem congressus, eadem percussionis vis, sive spatium illud quiescat sive moveatur uniformiter in directum.

Motu, quiete, celeritate tam absolutis, quam relativis prolixe satis explicatis, ad alios terminos definiendos accedo.

VIII. Spatium percursum est via illa quæ à corpore motu suo peragratur.

IX. Illius longitudo est recta illa quæ à centro corporis moti describitur.

X. Directio motus est recta quà tendit mobile.

XI. Motus æquabilis fit quando mobile eadem semper celeritate omnes longitudinis seu spatii percursi partes describit.

XII. Motus acceleratus est cujus velocitas continuo crescit.

XIII. Motus retardatus est cujus velocitas continuo minuitur.

XIV. Motus æquabiliter acceleratus est, cui temporibus semper æqualibus æqualia accedunt velocitatis incrementa.

XV. Motus æquabiliter retardatus est, cujus velocitas temporibus æqualibus ad quietem usque æqualiter decrescat.

XVI. Momentum (quod & quantitas motus sæpe etiam simpliciter motus dici solet) est potentia seu vis illa corporibus motis insita quâ è locis suis continuo tendunt.

XVII. Impedimentum vero est quod motui obstat

ſtat vel reſiſtit atque illum deſtruit vel ſaltem minuit.

XVIII. Vis motrix eſt potentia agentis ad motum efficiendum.

XIX. Vis impreſſa eſt actio in corpus exercita ad ejus ſtatum vel motus vel quietis mutandum.

Si corpus A quieſcat & movendum ſit cum data celeritate, vis illa quæ ipſi imprimitur, quaque accepta cum data velocitate moveri incipit, dicitur vis impreſſa; in quo caſu à vi motrici non niſi in concipiendi modo differt, eadem enim vis quatenus ab agente procedit, dicitur vis motrix, & quatenus à patiente recipitur, dicitur vis impreſſa; ſic etiam, ſi corpus B moveatur, quædam determinata requiritur vis ad illius motum minuendum, & quædam etiam determinata vis neceſſario habenda eſt ad illius motum omnino ſiſtendum; quæ cum in corpus B exercetur, vis impreſſa dicitur.

Non ignoro quoſdam philoſophos quantitatem motus ab illius celeritate non diſtinguere; ea quippe corpora æquales motus habere dicunt, quæ æquali celeritete moventur, ſive ipſa corpora æqualia ſive inæqualia exiſtant, ſive unum ſit exiguum admodum, alterum vero utcunque magnum, modo eadem velocitate utrumque corpus latum ſit,in utroque ſemper eandem motus quantitatem permanere volunt. At non ratio ſolum, verum & experientia docet motum non modo augeri in ratione velocitatis, ſed & etiam in ratione molis ſeu magnitudinis, poſitis corporibus homogeneis ſeu ejuſdem ſpeciei; *v. g.* ſint duo corpora A & B, quorum A majus corpus, & B minus, & momentum ſeu quantitas motus ipſius A non tantum majus erit momento ipſius B, ſi A velocius feratur ipſo B; verum ſi utrumque

æquali

æquali celeritate feratur, erit vis ſeu energia, qua corpus majus A fertur, major ea quam habet corpus B ad ſuum locum mutandum; quia ſcil. vis contraria obſtaculi vel impedimenti major requiritur ad ſiſtendum motum majoris corporis A, quam ea quæ neceſſaria eſt ad motum corporis minoris B tollendum; quippe, ſi ſit corpus A centrum librarum, pondus vero ipſius B unius libræ, & ſi æqualis ſit in utroque corpore celeritas, vis quam corpus A exercet quaque obſtaculum quodvis removere conabitur (& proinde vis impedimenti renitentis & motum illius deſtruentis multo major erit vi motus corporis B,) qua ſcil. impedimentum removere nititur, & illius impedimenti vis, quæ neceſſario requiritur ad motum ipſius B deſtruendum, minor erit vi impedimenti quæ ſufficiens erit ad motum mobilis A auferendum. Verum in ſequentibus theoremata dabimus, quibus motus quantitas æſtimari & ejus menſura determinari poteſt.

XX. Vires motrices æquales ſunt quæ ſimiliter agentes æquales motuum quantitates in dato tempore producunt.

XXI. Vires contrariæ ſunt quarum lineæ directionis ſunt contrariæ.

XXII. Gravitas eſt vis ferens deorſum, qua corpora rectà ad terram tendent.

XXIII. Vis centripeta eſt vis illa, qua corpus ad punctum aliquod tanquam centrum continuo urgetur, atque hinc ſequitur gravitatem eſſe vim quandam centripetam.

XXIV. Per vim centrifugam autem intelligimus vim qua corpus aliquod continuo urgetur ut à centro recedat.

Vires autem hæ ſemper æſtimantur per vires contrarias quæ corpora in eodem ſtatu retinere poſſunt; ſic

ſi

si corpus aliquod filo alligatum circa centrum immobile revolvat, vis, qua à centro recedere conatur, est vis centrifuga; actio autem fili renitentis & corpus versus centrum continuo retrahentis, qua fit ut corpus in eodem semper circulo revolvat, erit tanquam vis centripeta vi centrifugæ æqualis, adeoque harum virium una per alteram rite æstimari potest; sic etiam vis gravitatis alicujus corporis innotescit per vim ipsi contrariam & æqualem qua ipsius descensus, impediri potest. Potest autem vis illa vel esse alterius corporis pondus (per mechanicum aliquod instrumentum *e. g.* libram) contrarie agentis, vel vis centrifuga quæ orietur, si corpus illud cum certa quadam & determinata velocitate in circulo circa centrum terræ revolvat, vel denique potest esse alterius corporis firmitudo & resistentia supra quod pondus premens incumbit.

XXV. Quantitas acceleratrix cujusvis vis est mensura velocitatis quam vis illa in dato tempore generat.

In eadem à terra distantia corpora omnia utcunque inæqualium ponderum æquivelociter descendunt,& proinde æquales sunt ipsorum vires acceleratrices; in distantiis autem inæqualibus inæqualiter, in majori scil. minus in minore magis accelerantur.

LECTIO VIII.

FINITIS definitionibus, ad res minus claras, vel terminos minus usitatos explicandos inservientibus, ad axiomata physica accedimus. Cum autem philosophiæ naturalis objectum sint corpora corporumque in se invicem actiones, quæ non tam facile & distincte concipiuntur, quam simplices illæ magnitudinum species de quibus tractat Geometria; nollem ut quisquam in materia physica, tam rigidæ demonstrandi methodo insistet, ut principia demonstrationum, hoc est, axiomata adeo clara & per se evidentia postulet, ac illa sunt quæ in Geometriæ elementis traduntur; talia equidem dari rei natura non permittit. Verum sufficiat si ea adhibeantur, quæ rationi & experientiæ congrua esse deprehendimus, quorum veritas primo quasi intuitu elucet, quæ sibi ipsis fidem apud non obstinatos conciliant, & quibus assensum suum nemo denegabit, nisi se omnino Scepticum vel Pyrrhonicum profiteatur.

Verum etiam in demonstrationibus laxiore aliquando argumentationis genere utendum est, & propositiones adhibendæ sunt non absolute veræ, sed ad veritatem quam proxime accedentes. *e. g.* cum demonstratur omnes ejusdem penduli vibrationes in arcubus circuli minoribus factas, æquidiuturnas fore. Supponitur arcum circuli parvum ejusdemque chordam esse declivitatis & longitudinis ejusdem, quod tamen, si rigidam veritatem spectemus, admittendum non est: at in physica hac materia tantillum à vero abludit, ut differentia merito est negligenda, & discrepantia vibrationum quæ ex illa differentia oritur omnino insensibilis evadit, uti experientia testatur. Sic etiam insignis philosophus & Geometra D. Gregorius in *Elementis suis Catoptricis & Dioptricis* laxiorem Geometriam adhibet, lineas & angulos

angulos tanquam æquales aſſumendo,qui revera inæquales ad æqualitatem quam proxime accedunt. atque ſic pulcherrima ſolvit problemata phyſica quæ alias intricaciſſima futura ſunt. Sed etiam ipſi Neutono aliquando arridet hæc methodus; ut videre eſt *in prop.3. lib.2. Philoſophiæ naturalis princip. Math.*

Si qui vero ſint qui contra iſtiuſmodi principia & demonſtrationes pertinacem obfirmant, animum & propoſitionibus ſatis manifeſtis ſe expugnari non patiuntur, hos ut ſupina ſua ignorantia gaudeant relinquimus nec dignos eſſe qui ad veram phyſicam admittantur cenſemus.

Axiomata.

I. Non entis aut nihili nullæ ſunt proprietates aut affectiones.

II. Nullum Corpus poteſt naturaliter in nihilum abire.

III. Omnis mutatio corpori naturali inducta ab agente externo procedit; corpus enim omne eſt iners materiæ moles & nullam ſibi ipſi mutationem inducere valet.

IV, Effectus ſunt cauſis ſuis adæquatis proportionales.

V. Cauſæ rerum naturalium eæ ſunt, quæ ſimpliciſſimæ ſunt & phænomenis explicandis ſufficiunt: nam natura methodo ſimpliciſſimâ & maxime expeditâ ſemper progreditur; hiſce enim operandi modis ſe melius prodit Sapientia Divina.

VI. Effectuum naturalium ejuſdem generis eædem ſunt cauſæ; ut deſcenſus lapidis & ligni ab eâdem causâ procedit; eadem quoque eſt cauſa lucis & caloris in ſole & in igne

culinari; reflexionis lucis in terra & planetis.

VII. Quæ duæ res ita inter ſe connexæ ſunt ut ſeſe perpetuo comitentur, & quarum unâ mutatâ, altera quoque ſimiliter mutetur vel tollatur, vel harum una alterius cauſa eſt vel utraque ab eadem cauſa communi provenit.

Sic ſi ſit acus magnetica circa axem verſatilis, cui magnes admoveatur & circa eandem revolvat; acus etiam continuo eodem tenore movebitur, & ſi ſiſtatur magnetis motus, ſubſiſtet quoque ipſius acus circulatio, & rurſus cum ipſo magnete revolvere incipiet; unde nemo dubitat quin acûs vertigo ab ipſius magnetis motu dependeat; ſic etiam cum fluxus & refluxus maris in eodem loco ſemper fiat, cum Luna ad eundem circulum horarium pervenerit & ejus motum continuo comitatur; periodus nempe æſtuum periodo motuum lunarium ita præciſe reſpondet ut nulla à tot ſeculis notata ſit ſit aberratio, retardantur enim minutis 48. in ſingulos dies, & in ſyzygiis Lunæ cum Sole ſemper fit æſtus maximus, in quadraturis minimus; unde agnoſcendum eſt maris fluxum à motu lunæ & ipſius ſitu reſpectu ſolis pendere.

VIII. Moto corpore quovis ſecundum quamcunque plagam, omnes ejuſdem particulæ, quæ in ipſo relative quieſcunt, eadem velocitate ſimul ſecundum eandem plagam progrediuntur, hoc eſt; moto loco relativo movebitur quoque locatum.

IX. Æquales materiæ quantitates eadem velocitate latæ æqualia habebunt momenta ſeu motuum quantitates.

Nam

Nam momentum cujusque corporis est summa momentorum omnium particularum corpus illud componentium, & proinde ubi æquales sunt particularum magnitudines & numeri, æqualia erunt momenta.

X. Vires æquales & contrariæ in idem corpus agentes mutuum effectum tollunt.

XI. Ab inæqualibus autem & contrariis viribus producitur motus æquipollens excessui præpollentis.

XII. Motus à viribus conspirantibus, hoc est, secundum eandem directionem agentibus productus æquipollet earundem summæ.

XIII. Æquipollens si vel augeatur vel contrarium minuatur fit præpollens.

Qui mechanice philosophari volunt duo sequentia adhibent Effata.

XIV. Omnis materia est ejusdem ubique naturæ & eadem habet essentialia attributa, sive in cœlis sit, sive in terris, sive apparet sub forma corporis fluidi, sive duri aut alterius cujusvis; hoc est, materia cujusvis corporis *e.g.* ligni à materia alterius cujusvis non essentialiter differt.

XV. Diversæ autem corporum formæ non sunt nisi diversæ modificationes ejusdem materiæ; & à varia particularum corpora componentium magnitudine, figura, textura, positione & cæteris modis pendent.

XVI. Sic etiam qualitates seu actiones vel potentiæ quorundam corporum in alia corpora oriuntur solum ex prioribus affectionibus & motu conjunctim.

Ponunt

Ponunt autem philosophi materiam esse omnium formarum & qualitatum commune substratum, quæ ad omnes se indifferenter habet, cum sit omnium capax, & eadem semper manet sub quibuscunque videtur formis, unde & à Peripateticis materia prima nuncupatur.

Quamvis vero formæ & qualitates ipsi materiæ sunt prorsus accidentales, ad corpus tamen, quod ex forma & materia simul junctis coalescit, necessario & essentialiter pertinent; *v. g.* quamvis materia ligni prorsus sit indifferens ad hanc vel illam formam seu particularum figuram & texturam, quibus infinitis modis variatis eadem semper manet,non tamen potest lignum subsistere sine determinata illa particularum modificatione, quæ formam lignei corporis constituit, qua sublata perit lignum, & eadem materia in alterius generis corpus transit; quod autem in particularum modificatione forma corporis lignei consistit, patet ubi lignum igni immittitur & materia forma illa privatur; nam per vim ignis dissolvitur particularum nexus & textura, & harum pars quædam in fumum & vapores transit, altera in cineres reducitur.

Multa à philosophis proferuntur exempla, ut ostendant varias particularum ejusdem materiæ magnitudines, figuras & texturas, varias producere corporum formas & ex variis etiam ipsarum motu & positione varias oriri qualitates; quorum aliqua hic adducemus.

Primo, cum per calorem solis aqueæ particulæ rarefiunt, ex mari ad supremum fere aera sub forma vaporum evehuntur, at recens hæc forma non aliunde provenit quam ex partium mutato situ; per rarefactionem autem fit, ut aqueæ particulæ plura & patentiora forte contineant in se spatiola, vel omnino vacua, vel purissimo tantum æthere repleta, unde harum materia majus occupans spatium, quam æqualis materiæ aeriæ quantitas, aere redditur minus intensive gravis, & proinde sursum trudetur, eodem modo quo suber sub aqua demersum : nec unquam consistunt vapores donec ad aerem

rem

rem ejuſdem gravitatis perveniunt, ubi relative quiеſcunt, & nubes quæ mille figuras imitantur componunt.

Mox ubi per ventorum curſum aer minus gravis redditur, vapores eandem retinentes gravitatem neceſſario ſubſident, & in caſu ſuo per aeris reſiſtentiam condenſati, & in minus ſpatium coacti formam priorem amittunt, & in terram cadentes pluviæ ſpeciem induunt.

Multo maxima hujus pars per fluvios ad mare deducitur iterum in vapores abitura, pars vero aliqua terræ ſe immiſcet, & ibi depoſita arborum herbarumque radices & ſemina ingreditur, è quibus in alias plane & novas corporum ſpecies aſſurgit. Et eadem quidem pluvialis aqua diverſa corpora componit, prout diverſa ingreditur rerum ſemina; quædam ſcil. tranſit in plantagines, quædam in gramina, aliqua in flores, aliqua in quercus, arnos fagos & alias quamplurimas arborum & plantarum ſpecies.

Nec in eadem planta omnino ſimilaris manet eadem pluvia, cum plantæ omnes ex innumeris heterogeneis conſtant partibus; ſic in lino *e. g.* alia eſt forma radicis, alia caulis, alia tenuium fibrarum, alia florum, alia ſeminis, alia capſularum ſemen continentium.

Varia quoque eſt in eodem lino vaſorum ſtructura, ſua enim habet vaſa humorum circulationi inſervientia, non aliter ac in corpore animato; ſed & diverſis omnino gaudent hæ partes proprietatibus: caulis *e. g.* eſt corpus lignoſum & poſt exſiccationem valde friabile, dum cortex ſeu membranula caulem operiens ex oblongis tenuiſſimis & plicabilibus conſtat fibris varie inter ſe connexis.

Hanc membranam à caule ſua ſeparant linifices, & poſtquam mille tractaverunt modis, fibras ejus in oblonga contorquent fila; mutata particularum poſitione & ſitu, & tunc ſane aliam & longe diverſam ſubeunt fibrillæ formam ab ea, quam in viridi habebant planta.

Mox in ſe convoluta fila, iiſdem manentibus particulis

lis,ipſarum minimis glomorum ſpecies præbent. Fila hæc varie inter ſe connectunt & texunt linteones, & arte ſuâ *tela* ex illis componunt, quæ veſtimenta hominibus præbent. hæc denique in linteola redacta aquæ immittuntur & malleis ligneis in mollem quaſi pulpam rediguntur, quæ tandem,exſiccato humore aqueo in formam papyri tranſmutatur, quæ ſi igni immittatur partim in tenuiſſimum pulverem, partim in fumum evaneſcit.

At hæ omnes tam multifariæ ſub quibus eadem materia apparet formæ non niſi ex particularum mutata figura, magnitudine & textura poveniunt, & ab his ſolummodo pendent.

Sic ſi metalla liquantur, ignis vi partium cohæſio diſſolvitur, & particulæ metallicæ à ſe invicem ſeparatæ rapidiſſimo cientur motu, quo fit ut formam corporis fluidi induant.

Hinc etiam (ut videtur) oritur illa ſalium & metallorum in menſtruis diſſolutio; per fermentationem enim ſeparantur partes à ſe invicem, & in minima reſolutæ corpuſcula ipſius fluidi agitantur motu, unde tanquam corpora fluida apparebunt. Ex hiſce corporum ipſorumque partium figuris & reliquis modificationibus plurimi oriuntur effectus, plurimæ qualitates ſingulis corporum generibus propriæ, quas perire neceſſe eſt, ſi partium conſtitutio mutetur. ſic ex eadem materia *v. g.* ferro formantur claves, cultri, limæ, ſerræ, & alia innumera inſtrumenta ad varios uſus accommodata, quorum qualitates & effectus ex ſolis pendent eorundem figuris; unde enim clavi potentia ſua ad oſtium reſerandum, niſi ab ipſius figura, magnitudine, & partium congruitate cum partibus ſeræ cui immittitur? unde cuneis & cultris potentia ad corpora findenda? nonne hanc ex ſola ipſarum figura provenire demonſtratur in vulgaribus de mechanica ſcriptis? unde fiunt motus in automatis tam regulares, niſi ex rotis inter ſe diſpoſitis, ſibi invicem adaptatis, & commiſſis? unde denique fit, ut per machinas artificiales

tanti

tanti effectus producantur? certè ratio non aliunde quam ab ipsarum fabrica petenda est.

Nec minus partium suarum constitutioni & modificationi debent corpora naturalia, quam artificialia, omnes enim ipsorum operationes non nisi ex motu, situ, ordine, figura, & positione corpusculorum procedunt, quibus in quovis corpore mutatis, mutantur etiam eo ipso istius corporis qualitates.

Si corporis superficies sit scabra & aspera lucem in ipsam incidentem undequaque reflectit, propterea quod partes superficiales lucem excipientes & remittentes non omnes in una atque eadem superficie regulari, sed infinitis fere iisque diversis locantur planis; unde lucem in varia hæc plana incidentem undique etiam reflecti necesse est. Hinc glacies, quæ cum integra & polita sit nullius fere est coloris, in partes tamen contusa, seu asperam & angulosam habens superficiem, alba apparet, scil. cum lumen copiose & in omnes partes reflectit. Eadem quoque est ratio albescentis aquæ cum in spumam vertitur.

Est autem plerorumque corporum visibilium ea structura, ut superficies eorum partem radiorum in se incidentium suffocare, partem remittere possunt; si superficies ita sunt comparatæ, ut omnia radiorum genera æqualiter reflectant vel æqualiter suffocent, erit illorum color vel albus, vel niger, vel subfuscus, inter album & nigrum medius; nam color albus non aliter differt à nigro, quam quod alba corpora plurimos reflectunt omne genus radios, nigra autem paucissimos. Hoc patet ex umbra corporis opaci, quæ sole lucente in parietem album projicitur; pars enim in qua umbra versatur cum multo pauciores quam reliquæ omnes excipiat radios, multo pauciores quoque reflectit, adeoque reliquarum respectu nigra apparet. At si partes illæ reliquæ, non plures reciperent radios, quam ea ubi umbra projicitur, tunc ubique idem foret color, nempe albus.

Si talis sit superficiei textura, ut aliquod radiorum

genus magis ſpiſſe, & reliqua omnia minus ſpiſſe, reflectit, ſuperficiei color ad eum accedet qui ex radiis magis ſpiſſe reflexis oritur, hoc exinde demonſtrari poteſt quod ejuſdem objecti varius erit color, prout varia excipit radiorum genera reliquis interceptis, ut primus invenit Sagaciſſimus *Newtonus*, ſic ſi per trigonum vitreum radii rubri (ſic enim vocitare licet colorem rubrum producentes) in objectum cæruleum projiciantur, objectum ſuum mutabit colorem, & rubrum induet, ſin flavos tantum excipiat radios, tunc ejus color in flavedinem vertitur, ſi cærulei incidant radii, cæruleus apparebit, & color ille ceteris omnibus coloribus vividior erit, eo quod horum radiorum multo plures reflectit, & pauciores ſuffocat quam reliquorum.

Si ſuperficies corporis ſit exacte polita, hoc eſt, nulla aſperitate & ſcabritie impedita & radios ſatis confertos reflectit, hæc ab objecto quovis prodeuntes radios & in ipſam incidentes ita reflectet; ut objecti illius imaginem conſpiciendam præbeat. Et ob eam cauſam corpora iſtiuſmodi ſuperficies habentia ſpecula vocantur. Si ſpeculum ſit planum, imago erit objecto æqualis, & pone ſpeculum invenietur, ad diſtantiam æqualem ei qnam habet radians ante ipſum; ſi ſuperficies ſit concava ſpherica, & objectum radians magis diſtat ab ipſo quam $\frac{1}{2}$ diametri ſpheræ, imago in aere pendula inter radians & ſpeculum apparebit, & ipſo quidem objecto minor erit; ſi radians in centro locetur ibi quoque erit ejus imago ipſi æqualis; ſi ultra centrum verſus ſpeculum progreditur radians, ita ſcil. ut major ſit ipſius diſtantia ab eo quam $\frac{1}{4}$ diametri, imago à ſpeculo ultra centrum tranſcurret, & radiante major erit: cum autem radians ad diſtantiam æqualem $\frac{1}{4}$ diametri pervenerit, tum imaginis diſtantia infinita evadit; ſi autem tantillo propius ad ſpeculum accedat, imago erit pone ſpeculum ipſo radiante major. Omnia hæc tam diverſa phænomena ex ſola mutata diſtantia proveniunt, cæteris omnibus pariter ſe habentibus.

Videamus jam varios illos & prorſus contrarios effe-ctus,qui ex ſolo mutato ſitu ſeu poſitione oriuntur, aliis rebus omnibus æqualiter exiſtentibus, præter ea quæ ex mutatione ſitus dependent.

Omnes jam agnoſcunt philoſophi ſolem in centro hujus ſyſtematis quieſcere, terram autem, reliquorum planetarum inſtar, circa ipſum ſpatio annuo deferri, ita autem Terra circa Solem movetur, ut axis ejus non ad orbitæ ſuæ planum normalis ſed ad ipſum inclinatus angulo $66\frac{1}{2}^{o}$ ſibi ſemper parallelus maneat. Et propter hunc parallelifmum & inclinationem, neceſſe eſt, ut Terra aliquando unum ipſius polum Soli obvertat, aliquando alterum, & proinde Terræ partes omnes varios ſubibunt ad Solem ſitus. Ex hac ſitus mutatione dependent omnes illæ tempeſtatum viciſſitudines quæ ſingulis annis obveniunt, ſcil. æſtas, hyems, ver & autumnus; ſi enim axis Terræ ad planum ſuæ orbitæ normalis eſſet, tunc nullæ forent temporum mutationes, nullæ dierum & noctium differentiæ, ſed quælibet Terræ pars radiorum Solarium æquales vires eodem ſemper exciperet modo.

Cum autem ſingulæ Terræ partes Solis reſpectu ſitum ſuum continuo mutent, & ejuſdem radios nunc magis obliquos, nunc minus, nunc breviore nunc diuturniore tempore excipiant, diverſæ & prorſus contrariæ exinde oriuntur phaſes. Autumno ſcil. exareſcunt ſegetes, & fructus matureſcunt, paulatim tamen viridem & amœnam faciem deponunt campi,& decidunt arboribus folia. Mox ingruente hyeme frigent & horrent omnia, nix tegit alta montes, cujus onere depreſſæ laborant ſilvæ, imo quod mirum eſt, ipſæ maris aquæ ſtabiles & firmæ redduntur, quodque prius fuit navibus tantum penetrabile, nunc exercitus & caſtra gerit.

Terra autem continuo revolvente, quælibet ejus pars Solis reſpectu ſitum mutat, & quæ prius averſa, nunc Solem reſpicere incipit; quod dum fit, defugiunt nives, redeunt gramina campis & ſua arboribus folia, nec ſta-

bulis jam gaudet equus, nec arator igne, ſed nova prorſus & læta apparet rerum facies, & annus per æſtatem ad autumnum revolvitur.

Cum jam tot diverſi, tot contrarii eveniunt effectus ex ſola ſitus mutatione, & tam varia ex hac conſequantur phænomena, cæteris omnibus cauſis iiſdem manentibus, certe ex poſitione, diſtantia, magnitudine, figura, & ſtructura partium corpora componentium, ex effluviorum motu, & ſubtilitate, ex corporum congruitate, & eorum ad alia corpora reſpectu, ex hiſce inquam omnibus varie & infinitis fere modis junctis & ſimul combinatis, infinitæ propemodum diverſæ provenire poſſunt corporum formæ affectiones, & in ſe invicem operationes, nec quicquam in natura conſpiciendum eſt quod ex hiſce non pendet. Si enim hæc mutentur, mutabuntur ſimul corporum formæ, qualitates & operationes. *e.g.* conſtat attractiones & directiones magneticas ex partium ſtructura oriri, nam ſi ictu ſatis valido magnes percutiatur, quo partium internarum poſitio mutetur, mutabitur etiam eo ipſo magnetis polus. Et ſi igni immittatur magnes, quo interna partium ſtructura mutetur vel prorſus deſtruatur, tunc amittit omnem priorem virtutem, & ab aliis vix differt lapidibus.

Etiamſi autem generaliter oſtenſum ſit operationes magneticas ab interna partium conſtitutione quodammodo provenire, modus tamen operandi, ex mechanicis & intellectu facillimis principiis deductus, non adhuc inventus eſt. Quodque nonnulli de effluviis, materia ſubtili, particulis poris magnetis adaptis, &c. generaliter prædicant, minime nos ad claram & diſtinctam harum operationum explicationem deducit: ſed omnibus hiſce non obſtantibus virtutes magneticæ inter occultas qualitates reponendæ ſunt.

Ex dictis ſequitur, qualitates corporum, quæ à formis non pendent, quæque eâdem manente materiæ qualitate intendi & remitti nequeunt, ſed omnibus inſunt corporum generibus, in quibus experimenta inſtituere liceat,

ceat, esse qualitates omnium corporum universales. Cum enim ex forma seu modificationibus corporum non proveniant, oportet ut ab ipsa dependeant materia; sed cum omnis materiæ eadem sit natura, & pars ipsius quævis ab alia non nisi per modos differat, erunt qualitates ex hisce modis productæ in omni materia eædem.

LECTIO

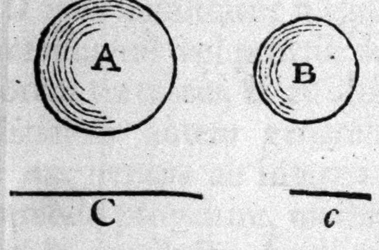
LECTIO IX.

Theoremata de Motus Quantitate & Spatiis à mobilibus percursis.

THEOR. I.

IN comparandis corporum motibus, ſi mobilium quantitates materiæ æquales ſint, erunt momenta ſeu motuum quantitates, ut velocitates.

Sint A & B duo mobilia æquales habentia materiæ quantitates, & moveatur A celeritate C, B vero celeritate *c*; dico momentum ſeu quantitatem motûs in mobili A, eſſe ad momentum ſeu quantitatem motûs in mobili B, ut celeritas C ad celeritatem *c*: ſi enim vis aliqua imprimenda ſit corpori A, ad illud movendum cum data velocitate C, dupla habenda eſt vis ad movendum corpus B cum dupla velocitate, & tripla adhibenda eſt vis ad illud movendum cum tripla velocitate, & dimidia tantum vis neceſſaria eſt ad movendum B cum dimidia velocitate, & ſic de cæteris multiplicibus vel ſub multiplicibus; *i.e.* cum (per axioma quartum) effectus ſint cauſis ſuis adæquatis proportionales, ſi vis, quæ adhibetur ad corpus B movendum, ſit dupla iſtius quæ applicatur ad A movendum, erit quoque illius momentum hujus momenti duplum; ſi tripla habenda eſt vis, erit quoque motus corporis B motûs ipſius A triplus; ſi dimidia tantum vis corpori B imprimatur, erit ejus momentum dimidium momenti ipſius A: hoc



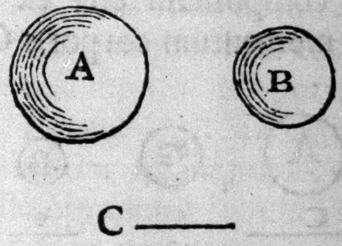
hoc eſt, cum velocitas corporis A ſit univerſaliter ad velocitatem ipſius B, ut vis impreſſa corpori A, ad vim ipſi B impreſſam, & ut vis impreſſa mobili A ad vim impreſſam corpori B, ita momentum ſeu quantitas motûs in A, ad momentum ſeu quantitatem motûs in B, erit velocitas mobilis A ad velocitatem mobilis B ut motus ipſius A ad motum mobilis B. Q. E. D.

Cor. Si momenta ſint ut velocitates, erunt quantitates materiæ in corporibus motis æquales.

THEOR. II.

In comparatis motibus, ſi celeritates ſint æquales, erunt corporum momenta ſeu motuum quantitates, ut quantitates materiæ in iiſdem, vel ſi mobilia ſint homogenea, ut ipſorum magnitudines.

Sint duo mobilia A & B, quorum utrumque fertur eadem celeritate C, dico momentum corporis A, eſſe ad momentum corporis B, ut quantitas materiæ ipſius A ad quantitatem materiæ ipſius B. ſi enim materiæ quantitas in A dupla ſit iſtius quæ eſt in B, dividi poteſt A in duas partes, quarum utralibet, tantum habebit materiæ, ac proinde per axioma 8, tantum motus, quantum habet B; cum ſcil. eadem velocitate utrumque corpus feratur; adeoque erit momentum corporis A momenti corporis B duplum.



Si materiæ quantitas in A tripla ſit ejus quæ eſt in B, dividi poteſt A in tres partes, quarum unaquæque habebit motus quantitatem, æqualem ei quæ eſt in B, & univerſaliter, quamcunque proportionem habet materia in A, ad materiam in B, eandem habebit rationem momen-

tum ipsius A, ad momentum ipsius B, si modo eadem velocitate utrumque corpus latum fuerit.

Si corpora homogenea sint, erunt quantitates materiæ, ut ipsorum magnitudines seu moles, ac proinde ipsorum motus erunt etiam in eadem magnitudinum ratione.

Cor. Si momenta sint ut quantitates materiæ, erunt celeritates corporum æquales.

THEOR. III.

In comparatis motibus quorumcunque corporum, momentorum ratio componitur ex rationibus quantitatum materiæ & celeritatum.

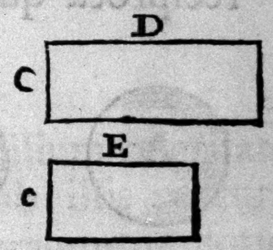
Sint duo mobilia quæcunque A & B, & moveatur A celeritate C, B vero celeritate *c*; dico momentum ipsius A esse ad momentum ipsius B, in ratione composita ex ratione quantitatis materiæ in A, ad quantitatem materiæ in B, & ratione celeritatis corporis A, ad celeritatem corporis B. Ponatur corpus tertium G, quod materiam habet æqualem ei quæ est in A, sed moveatur celeritate corporis B. Constat ex Elementis rationem momenti corporis A, ad momentum corporis B, compositam esse ex ratione momenti corporis A, ad momentum corporis G, & ratione momenti corporis G ad momentum corporis B; sed [per Theor. 1.] momentum corporis A, est ad momentum corporis G, ut celeritas C est ad celeritatem *c*, &

cum G & B eadem celeritate feruntur, momentum corporis G erit ad momentum corporis B, ut materiæ quantitas in G vel A ad quantitatem materiæ in B. ideoque erit quoque momentum corporis A, ad momentum corporis B, in ratione composita celeritatis C ad celeritatem *c*, & quantitatis materiæ in A vel G ad quantitatem materiæ in B. Q. E. D.

Cor.

Cor. 1. Si corpora ſint homogenea, momentorum ratio erit compoſita ex ratione magnitudinum & celeritatum.

Cor. 2. Si fiat ut A ad B, hoc eſt, ut materiæ quantitas in A ad quantitatem materiæ in B, ita recta D ad rectam E, & compleantur rectangula ſub D & C, & ſub E & *c*, erit momentum mobilis A ad momentum mobilis B, ut rectangulum DC ad rectangulum E*c*.



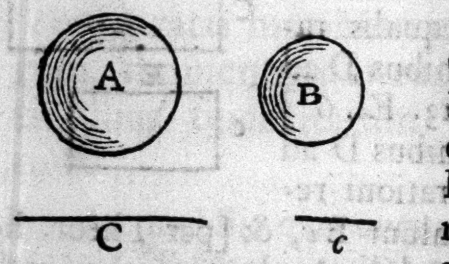
Nam quia eſt ut A ad B, ita D ad E, erit ratio compoſita ex rationibus A ad B & C ad *c* æqualis rationi compoſitæ ex rationibus D ad E & C ad *c*; ſed [per 23. El. 6.] ratio compoſita ex rationibus D ad E & C ad *c* æqualis eſt rationi rectanguli DC ad rectangulum E*c*, & [per Theor. hoc tertium] ratio momenti mobilis A ad momentum mobilis B æqualis eſt rationi compoſitæ ex rationibus A ad B ſeu D ad E & C ad *c*, quare erit ut rectangulum DC ad rectangulum E*c*, ita momentum mobilis A ad momentum mobilis B. Cujuſvis igitur corporis momentum conſiderari poteſt tanquam rectangulum factum ex ductu molis vel quantitatis materiæ in eodem contentæ in ejuſdem celeritatem.

Cor. 3. Quare quæcunque demonſtrata ſunt de horum rectangulorum proportione, eadem quoque vera erunt de corporum momentis hiſce rectangulis proportionalibus; *v.g.* ſi ſit ut D ad E, vel ut A ad B, ita *c* ad C, erunt in eo caſu mobilium momenta æqualia; rectangula enim parallelogramma latera reciproce proportionalia habentia ſunt æqualia [per 14. El. 6.] & è contra, ſi rectangula ſint æqualia, erunt latera reciproce proportionalia; hoc eſt, ſi quantitates materiæ, ſeu in corporibus ejuſdem generis, eorundem magnitudines ſint celeritatibus reciproce proportionales, erunt momenta æqualia; & converſim, ſi momenta ſint æqualia, erit ut materiæ quantitas in uno ad quan-

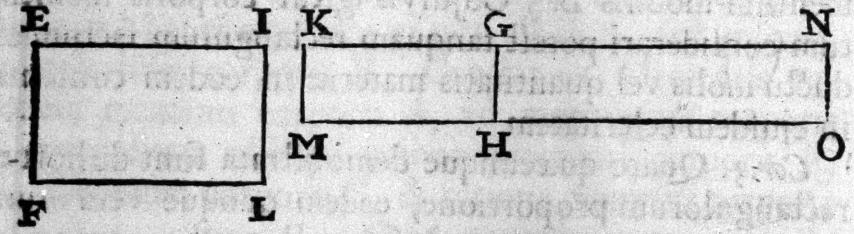
titatem materiæ in altero, ita reciproce hujus celeritas ad illius celeritatem; hinc etiam demonstratur sequens.

THEOR. IV.

In comparatis motibus, celeritatum ratio componitur ex ratione directa momentorum, & reciproca quantitatum materiæ.



Sint duo mobilia A & B, & feratur A celeritate C, B vero celeritate c. Dico esse C ad c, hoc est, celeritatem unius A ad celeritatem alterius B, in ratione directa momenti corporis A ad momentum corporis B, & ratione reciproca materiæ in B ad materiam in A. Fiat ut A ad B, ita recta E I ad rectam K G; & fiat I L æqualis C; G H vero æqualis c; &



compleantur rectangula E L, K H. Per superius dicta rectangula E L, K H repræsentabunt momenta mobilium A & B respective; ad G H applicetur rectangulum H N æquale rectangulo E L. Cum igitur H N æquale sit E L, erit [per 16. El. 6.] I L ad G H, ut G N ad E I; sed ratio G N ad E I æqualis est rationi G N ad G K, & G K ad E I; hoc est, æqualis rationibus rectanguli H N vel E L ad K H rectangulum, & G K ad E I: quare erit celeritas C vel I L ad celeritatem c vel G H, in ratione composita ex ratione momenti E L ad momentum K H, & materiæ G K ad materiam

teriam E I; hoc eſt, velocitas cujuſque corporis ſemper eſt ut illius momentum applicatum ad ejuſdem materiam. Q. E. D.

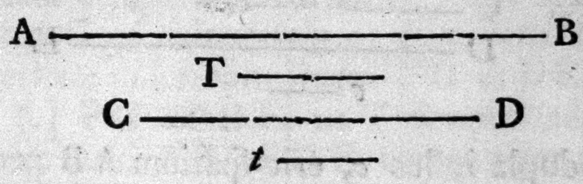
Simili prorſus ratiocinio colligitur, corporis cujuſque materiam eſſe ſemper ut momentum ad ejuſdem velocitatem applicatum.

Atque hæc de corporum momentis. De proportione ſpatiorum à mobilibus emenſorum ſequentia etiam vulgo demonſtrantur Theoremata.

THEOR. V.

In comparatis motibus, ſi mobilium celeritates ſint æquales, erunt ſpatia ab illis percurſa directe ut tempora quibus peraguntur motus.

Percurrat mobile longitudinem A B, tempore T, motu æquabili & uniformi; item idem vel aliud mo-



bile eadem velocitate latum percurrat longitudinem C D, tempore *t*; dico lineam A B eſſe ad lineam C D, ut tempus T ad tempus *t*. Etenim ſi tempus T ſit duplum ipſius *t*, poteſt illud dividi in duas partes, quarum unaquæque æqualis erit *t*, adeoque ſingula ſpatia, æqualibus hiſce temporis partibus eadem celeritate percurſa, æqualia erunt ſpatio percurſo in tempore *t*; & duo ſpatia ſimul ſumpta ſpatii tempore *t* percurſi dupla erunt: eodem modo, ſi T ſit triplum ipſius *t*, dividi poteſt T in tres partes æquales, & ſpatia ſingulis hiſce temporibus percurſa æqualia erunt ſpatio tempore *t* percurſo; ac proinde tria ſpatia ſimul ſumpta ſpatii tempore *t* percurſi tripla erunt; idem de aliis multiplicibus & ſubmultiplicibus oſtendi poteſt; quare

M 2 univerſaliter

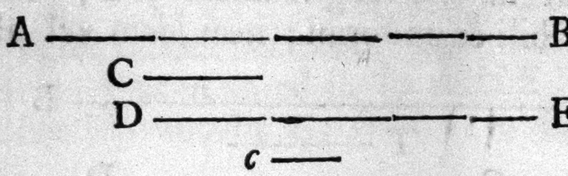
universaliter, quamcunque proportionem habet T ad *t*, eandem habebit spatium percursum AB ad spatium percursum CD. Q. E. D.

Cor. Si tempora sint ut spatia percursa, celeritates sunt æquales.

THEOR. VI.

In comparatis motibus, si lationum tempora æqualia sint, spatia percursa erunt ut celeritates.

Percurrat mobile aliquod in dato tempore longitudinem AB, celeritate C; & in eodem vel æquali tempore, percurrat idem vel aliud mobile longitudinem DE, celeritate *c*; dico lineam AB esse ad lineam DE, ut celeritas C est ad celeritatem *c*. Si enim celeri-



tas C sit dupla ipsius *c*, erit spatium AB percursum celeritate C duplum spatii DE percursi celeritate *c*; si celeritas C sit tripla ipsius *c*, erit quoque AB longitudo ipsius DE longitudinis tripla; si C sit dimidia ipsius *c*, erit AB ipsius DE dimidia; & universaliter, cum æqualia tempora in percurrendis lineis insumantur, quamcumque proportionem habet celeritas C ad celeritatem *c*, eandem habebit longitudo percursa AB ad longitudinem percursam DE. Q. E. D.

Cor. Si celeritates sint ut spatia percursa, tempora erunt æqualia.

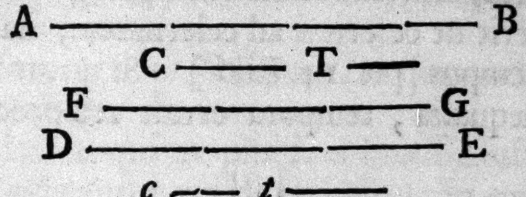
Potuissent duo prima Theoremata, item quintum & hoc sextum universaliter per æquimultiplicia, Euclidis methodo, demonstrari; verum cum per se adeo clara sint ut inter axiomata reponi possunt, vix tanto demonstrationis apparatu indigeant.

THEOR.

THEOR. VII.

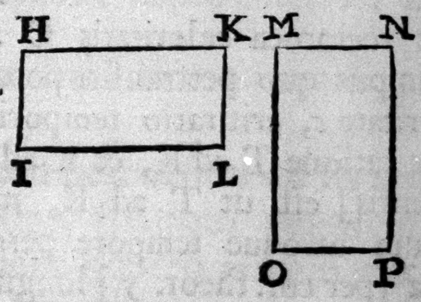
Longitudines percursæ ſunt in ratione compoſita ex rationibus temporum & celeritatum.

Sit linea AB peragrata celeritate C, tempore T; & linea DE celeritate *c*, tempore *t*; dico rationem AB ad DE compoſitam eſſe ex ratione celeritatis C ad celeritatem *c*, & ratione temporis T ad tempus *t*. Po-



natur linea FG percurri tempore T, celeritate *c*; conſtat AB eſſe ad DE, in ratione compoſita ex rationibus AB ad FG, & FG ad DE. Sed cum AB & FG eodem tempore percurrantur; erit AB ad FG, ut celeritas C ad celeritatem *c*; cum vero mobilia eadem celeritate deſcribunt lineas FG & DE, erit [per Theor. 6.] FG ad DE, ut T tempus ad *t* tempus quare cum ratio AB ad DE componitur ex rationibus AB ad FG, & FG ad DE; erit etiam compoſita ex rationibus AB hiſce rationibus æqualibus, nempe ex ratione celeritatis C ad celeritatem *c*; & temporis T ad tempus *t*.

Cor. 1. Si fiat HK æqualis C, HI æqualis T, item MN æqualis *c*, & MO æqualis *t*, & compleantur rectangula parallelogramma HL, MP; erit AB ad DE, ut rectangulum HL ad MP rectangulum; nam [per 23. El. 6.] eſt rectangulum HL ad rectangulum MP, in ratione compoſita ex rationibus HK ad MN, & HI ad MO; ſed [per præcedens



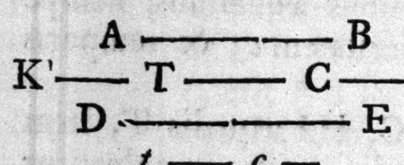
dens Theorema] ſpatium percurſum A B eſt ad ſpatium percurſum D E, in ratione ex iiſdem rationibus compoſita; unde ſpatia hæc percurſa conſiderari poſſunt, tanquam rectangula factu ex ductu temporum in celeritates.

Cor. 2. Si igitur ſpatia percurſa ſint æqualia, erit quoque rectangulum ſub celeritate & tempore, quibus unum ſpatium tranſigitur, æquale rectangulo ſub celeritate & tempore, quibus alterum peragratur ſpatium; & proinde erit ut celeritas ad celeritatem, ita reciproce tempus ad tempus [per 14. El. 6.]. Si igitur ſpatia percurſa ſint æqualia, tempora erunt reciproce ut celeritates.

THEOR. VIII.

In comparatis motibus, temporum ratio componitur ex directâ ratione longitudinum, & reciproca celeritatum.

Theorema hoc demonſtrari poteſt eodem modo ex præcedenti, quo quartum ſequitur ex tertio; perſpicuitatis autem gratia ſic breviter oſtenditur. Percurratur tempore T longitudo A B, celeritate C; item tempore *t* longitudo D E percurratur, celeritate *c*; dico tempus T eſſe ad tempus *t* in ratione compoſita ex directa ratione longitudinis A B ad longitudinem D E, & reciproca celeritatis C ad celeritatem *c*. Sit K tempus quo pertranſiri poteſt longitudo A B, cum celeritate *c*, erit ratio temporis T ad tempus *t* compoſita ex ratione T ad K, & K ad *t*; ſed [per corol. præcedentis] eſt ut T ad K, ita *c* ad C (cum idem ſpatium utroque tempore percurritur) & ut K ad *t*, ita [per cor. theor. 5.] longitudo A B ad longitudinem D E; quare erit T ad *t* in ratione compoſita celeritatis



tis c, ad celeritatem C, & longitudinis AB ad longitudinem DE; hoc eſt, tempora ſunt in ratione compoſita ex reciproca celeritatum, & directa longitudinum. Q. E. D.

Eodem modo oſtenditur, celeritates eſſe in ratione directa longitudinum, & reciproca temporum.

Cor. 1. Atque hinc ſequitur tempus eſſe ut ſpatium percurſum applicatum ad celeritatem.

Cor. 2. Celeritas quoque eſt ut ſpatium percurſum applicatum ad tempus.

Theorema tertium & ſeptimum demonſtrari poſſunt ex univerſali hoc theoremate, nempe,

Si effectus aliqui ex pluribus ſimul cauſis pendeant, ita ſcil. ut augeantur vel diminuantur in eadem ratione, qua augetur aut diminuitur cauſarum aliqua, erunt effectus illi in ratione cauſarum omnium compoſita; hoc eſt, ſi cauſæ A, B, C ſimul agentes producant effectum E, qui cæteris iiſdem manentibus ſemper eſt ut cauſarum quævis; & aliæ cauſæ a, b, c, prioribus reſpective ſimiles & ſimiliter agentes, producant effectum e erit; ut E ad e ita $A \times B \times C$ ad $a \times b \times c$. Quod methodo ſimili ei, quam in præcedentibus demonſtrationibus adhibuimus facile oſtendi poteſt.

Ad eundem modum, ſi idem effectus ex pluribus rebus ſimul pendeat, quarum aliquæ eundem adjuvant vel augeant, in ea ratione qua ipſæ augeantur; aliquæ vero impediunt vel minuunt, in eadem ratione qua augentur, erit effectus ſemper directe ut cauſæ adjuvantes, & reciproce ut agentes impedientes vel minuentes.

Theorema ſeptimum in ſtylo Newtoniano ſic demonſtratur,

Data celeritate, ſpatium percurſum eſt ut tempus; & dato tempore, ſpatium percurſum eſt ut celeritas; quare neutro eorum dato, eſt ut celeritas & tempus conjunctim.

Sic

Sic etiam Theorema octavum ostenditur,

Data celeritate, tempus est directe ut spatium percursum; & dato spatio, tempus est reciproce ut celeritas; quare neutro dato, tempus erit directe ut spatium & reciproce ut celeritas.

Similiter Theoremata tertium & quartum efferri possunt, atque hanc methodum nos etiam brevitati studentes interdum usurpabimus.

LECTIO

LECTIO X.

IN Demonſtrationibus præcedenti lectione adhibitis methodum expoſuimus, qua res phyſicæ ad Geometriam primo, deinde ad Arithmeticam reducendæ ſunt; cum enim ibi demonſtratur corporum motus eſſe ut rectangula ſub ipſorum celeritate & materia; ex datis cujuſvis corporis materia & celeritate, dabitur ejuſdem momentum; æquale ſcil. facto ex celeritate corporis in ejuſdem quantitatem materiæ; *v. g.* ſit corpus A octo partium, B vero partium ſex, celeritas ipſius A ut 5, & corporis B celeritas ut 3; erit motus corporis A quadraginta partium; & motus corporis B partium tantum octodecim.

Ita ex datis corporis cujuſvis momento & materia, innoteſcet quoque illius celeritas; nempe ſi dividatur momentum per ipſius materiam, quotiens exhibebit ejuſdem velocitatem; ſit enim motus in corpore A partium 40, & ejus materia octo partium; ſit etiam motus in corpore B partium octodecim, & illius materia partium 6; dividendo quadraginta per octo, quotiens quinque exhibebit, velocitatem ſc. mobilis A; & dividendo octodecim per 6, Quotiens tria dabit, velocitatem mobilis B.

Cum per exempla res magis eluceſcunt, & numeri ſemper ad praxin ſunt advocandi, ut tyrones ſe melius illis aſſueſcant; licebit nobis ſcientiam de motu per numeros quandoque illuſtrare, & Arithmeticam tam ſpecioſam quam numeroſam adhibere; ex ſpecioſa enim Arithmetica eruuntur canones quidam generales, qui poſtea ad numeros particulares ſunt applicandi.

Sic denotet A materiam in quovis dato corpore A, C vero ejuſdem celeritatem, atque ipſius momentum vocetur M; vel potius hæ literæ denotent numeros quantitatibus illis proportionales; erit $C \times A = M$ & $C = \frac{M}{A}$ & $A = \frac{M}{C}$.

N Simi

Similiter cum ſpatium percurſum ſit ſemper rectangulo ſub celeritate & tempore proportionale; Si ſpatium dicatur S, tempus T, & celeritas C, erit $S = C \times T$; & $C = \frac{S}{T}$; & $T = \frac{S}{C}$; & proinde cum ſit $M = A \times C$, erit quoque $M = \frac{A \times S}{T}$; vel ſi T detur, erit $M = A \times S$; hoc eſt, cujuſque corporis momentum eſt ut ipſius materia ducta in ſpatium, ab ipſo in dato tempore percurſum. Alia quamplurima hiſce ſimilia, quæ nonnulli pro motus legibus venditant, ex hactenus demonſtratis deduci poſſunt; at cum ea omnia tyro quivis facile per ſe eruere poteſt, non opus eſt ut hic proferantur.

Ex ſupra demonſtratis conſtat, momentum corporis cujuſcunque oriri ex motu partium ſingularium; nam ſingulis corporis particulis ineſt impetus ſeu vis movendi, & ex harum virium ſumma componitur impetus ſeu quantitas motus totius corporis.

Hinc etiam colligitur; quo major corporibus ineſt materiæ quantitas, eo major adhibenda eſt vis ad corpora ea cum data velocitate movenda, & eorum proinde momenta eadem ratione majora erunt; ſi igitur ſint duo corpora eadem velocitate lata, erunt quantitates materiæ in ipſis ſemper ut eorundem momenta; adeoque ſi corpora mole æqualia inæqualia habuerint momenta, neceſſe eſt, ut in illis inæquales quoque ſint materiæ quantitates; & quod minus habet momenti, plures habebit poros ſeu ſpatia, vel omnino vacua, vel materia aliqua repleta, quæ non participat de motu totius corporis, cujus poros implere ſupponitur; ſic, *e. g.* ſi fiant duo globi ſuberis & plumbi, ejuſdem magnitudinis, & utrumque eadem velocitate moveatur; cum experientia notum eſt, momentum unius multo majus eſſe momento alterius, neceſſe eſt ut multo plures ſint pori in uno quam in altero, quos vel omnino vacuos eſſe

conce-

concedendum eſt, vel dicendum eos materia aliqua ſubtiliſſima repletos eſſe, quæ ita libere poteſt ejuſdem poros permeare, ut de motu corporis, cujus poros occupat, non participet.

Ut autem materia illa libere poſſit aliorum corporum poros permeare nec de ipſorum motu participare, oportet ut omnia corpora omnes ſuos poros ſecundum rectas lineas directioni motus parallelas extenſos habeant; ut ſcil. nullæ fiant reflectiones materiæ ſubtilis contra pororum latera; alioquin una cum ipſo corpore movebitur materia etiamſi ſubtiliſſima, quæ ipſius poros replere ſupponitur; non poteſt igitur materia ſubtilis de corporis motu non participare, niſi corpus motum ita diſponatur, ut poros ſuos directioni motus parallelos habeat; cum autem infinitis aliis modis ipſius ſitus variari poteſt; hoc eſt, poſſunt pororum longitudines in infinitis angulis ad lineam directionis inclinari, & proinde illis omnibus poſitis, moto corpore, una movebitur materia ſubtilis in ipſius poris locata; non igitur poteſt materia ſubtilis ita corporum poros libere permeare quin de ipſorum motu participet; ac proinde moto corpore, movebitur quoque materia intra ipſum contenta quantumvis ſubtilis ſit; ſi igitur ſuber moveatur, ſecum quoque deferet materiam in ejus poris contentam, adeoque cum minus habet momenti quam globus plumbeus ejuſdem magnitudinis eadem velocitate latus, minor erit in ſubere materiæ copia, & proinde plures pori ſeu ſpatia abſolute vacua.

Ex demonſtratis etiam deducitur ſequens theorema.

THEOR. IX.

Pondera corporum omnium ſenſibilium juxta terræ ſuperficiem, ſunt quantitatibus materiæ in iiſdem proportionalia.

Nam, ut multiplici pendulorum experientia conſtat, corpora omnia vi gravitatis perpendiculariter cadentia

 (abſtra-

(abſtrahendo aeris reſiſtentiam) æqualia ſpatia in iiſdem temporibus percurrunt ; Nam in vacuo ſeu medio non reſiſtenti, non plus temporis impendit in deſcendendo minutiſſima quævis plumula, quam ponderoſum plumbum ; adeoque omnium corporum in dato tempore cadentium velocitates ſunt æquales ; erunt igitur eorum momenta quantitatibus materiæ in iiſdem proportionalia ; verum vires motum generantes ſunt ſemper motibus ſeu momentis generatis proportionales, & proinde in hoc caſu erunt ut quantitates materiæ in corporibus motis ; ſunt autem vires quæ motus illos generant ipſæ corporum gravitationes, hoc eſt, pondera ; Omnium igitur corporum pondera ſunt quantitatibus materiæ in corporibus exiſtentibus proportionalia. Q. E. D.

Cor. 1. Corporis igitur cujuſvis pondus, ex aucta ſolummodo vel diminuta materiæ quantitate, augetur vel diminuitur ;

Cor. 2. Quare eadem manente materiæ quantitate in corpore quovis dato, idem quoque manebit ejuſdem pondus, & quamodocunque variatur ejuſdem figura vel textura particularum corpus illud componentium, pondus tamen ipſius non mutabitur : adeoque corporum omnium pondera ab illorum formis ſeu partium texturis non pendent.

Cum (per Axioma 14) Natura cujuſcunque materiæ eſt eadem, nec unum corpus ab alio differt, niſi modaliter, per partium figuram, ſitum & alias iſtiuſmodi formas, erunt corporum affectiones, quæ ab illorum formis non pendent, in omnibus corporibus eædem ; adeoque cum (uti dictum eſt) corporum pondera ab illorum formis non oriantur, ſed à materiæ quantitate pendeant, in æqualibus materiæ quantitatibus, in eadem à terræ diſtantia, æquales erunt verſus terram gravitationes ; ſi vero duorum corporum pondera ſint inæqualia, inæquales quoque erunt in iis materiæ quantitates.

Ponamus jam duos globos, plumbi ſcil. & ſuberis, æqua-

æqualium magnitudinum; ſi in utroque eadem eſſet materiæ quantitas, (per jam oſtenſa) utrumque corpus æqualiter ponderaret; nam materia ſubtiliſſima poros ſuberis occupans æque ponderaret ac materia plumbi ipſi æqualis; cum vero magnum ſit in duobus hiſce globis ponderum diſcrimen, magnum quoque erit in iiſdem materiæ diſcrimen; & ſi plumbum ſubere ſit triplo gravius, triplo quoque major erit in plumbo contenta materia, quam in ſubere; adeoque plures erunt in plumbo pori ſeu plura ſpatia abſolute vacua: vacuum igitur non tantum poſſibile eſt, ſed & actu datur; quod erat probandum. atque hinc ſequitur materiæ quantitatem in quovis corpore rite per ipſius gravitatem æſtimari poſſe.

Cum momentum augeri poteſt, tam ex aucta materiæ quantitate, eadem manente velocitate, quam ex aucta velocitate, eadem manente materia, veteres (quos vis pulveris pyrii ad corpora celeriter movenda latebat) machinis ad hoſtium muros diruendos ita comparatis utebantur, ut ingens materiæ moles, etſi non magna velocitate, vehementi tamen impetu muros concuteret; at hodie per exploſionem pulveris pyrii ex tormentis bellicis magna velocitate parvi globuli impelluntur. Quamvis autem veterum machinæ bellicæ hodiernis multum cedant, ipſarum tamen vis ad muros evertendos incredibilis fere fuit; arietes enim ex ingentibus trabibus ſibi invicem commiſſis compoſiti erant; quorum pondus vel hinc æſtimari poteſt, quod ſc. ipſorum aliqui ſex hominum millibus (ut alii ſc. aliis ſuccederent) ad ipſos gubernandum & motum iis imprimendum indigebant; ea illorum pars, qua murum percutiebant, gravi ferro conſolidata fuit, & ex funibus ita dependebant (Arietes compoſitos intelligo) ut ipſorum longitudines horizonti eſſent parallelæ; unde magna virorum manu retrorſum acti, ſtatim ſua gravitate & hominum viribus ſimul agentibus antrorſum pulſi, prominenti ferro muros quatiebant; & teſte Joſepho, nullæ fuerunt turres tam validæ, aut mænia tam lata, quæ potuerunt aſſiduas ipſorum plagas ſuſtinere.

In machinis, quæ per circumgyrationes rotarum pondera elevant, aliquando per additionem plumbi rotæ graviores redduntur; ut scil. major materiæ copia majorem impetum, seu motus quantitatem concipiat; per quam resistentiæ, tam ex aere quam ex materiæ frictione ortæ, melius resistatur & diutius conservetur motus, qui proinde semel inceptus facile continuabitur.

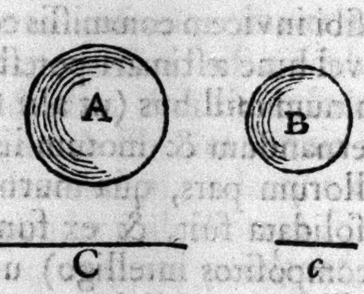
Ab eodem quoque pendet principio, quod lanifices in nendo fusis suis versoriis graves turbines imponunt, ut gyrationes diutius perseverent. Cum scil. motus pars per resistentiam aeris amissa, ad motum ex materiæ additione auctum, minorem habet rationem, quam est ea quam haberet ad motum non auctum.

Ex prædictis etiam solvitur sequens problema.

PROBL. I.

Dato corpore quovis & ejus celeritate, & alio quovis corpore etiam dato; Invenire velocitatem eam, cum qua si moveatur aliud illud corpus, habebit momentum æquale momento prioris corporis dati.

Nempe corpus A moveatur celeritate C; & detur aliud corpus B, quod movendum est cum tali velocitate, ut ipsius momentum æquale sit momento corporis A; fiat ut B ad A, ita C ad aliam *c*; erit hæc velocitas, cum qua si moveatur B, habebit momentum æquale momento corporis A.



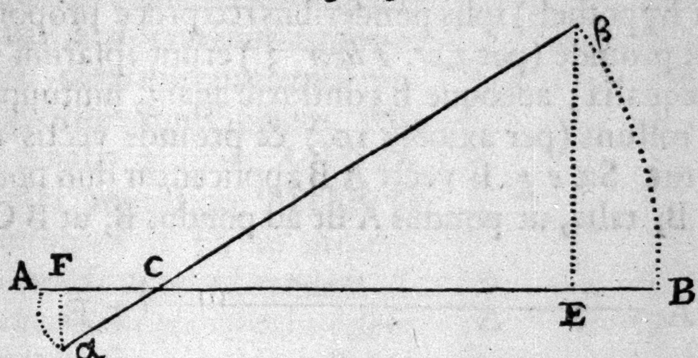
Atque hinc sequitur, corpus quodcunque parvum posse habere momentum æquale momento corporis utcunque magni, quod cum data velocitate movetur. Ex hoc principio pendent omnes machinarum vires, ad corpora

pora trahenda vel elevanda; nempe ſi machinæ ita fabricentur, ut ſit potentiæ velocitas ad velocitatem ponderis, ita pondus ad potentiam; in eo inquam caſu, potentia pondus ſuſtinebit. Liceat in rei exemplum vectem adducere, primum illud & ſimpliciſſimum inſtrumentum mechanicum, & ope ſequentis Theorematis hanc rem in ipſo oſtendere.

THEOR. X.

Sit A B vectis (qui tanquam recta inflexilis conſideratur) circa punctum ſeu fulcrum c tantum rotabilis, erit cujuſque puncti velocitas, ut ipſius diſtantia à fulcro.

Nam moveatur vectis ex ſitu A C B ad ſitum α C β, & punctum A deſcribet peripheriam A α; B vero per-



currret interea peripheriam B β, quæ proinde erunt ut ipſorum velocitates (per Theor. 6.) ſed propter ſectores A C α, B C β ſimiles, eſt A α ad B β, ut A C ad B C; quare erit velocitas puncti A ad velocitatem puncti B, ut A C ad B C; hoc eſt, punctorum velocitates ſunt ut ipſorum à fulcro diſtantiæ. Quod ſi punctis A & B applicentur potentiæ vectis brachia tantum ſurſum vel deorſum trahentes, ſpatia quæ ab ipſis deſcribuntur ſecundum vel contra propenſiones ſuas, non ſunt peripheriæ A α, B β, ſed perpendiculares α F, β E in horizontem

zontem demissæ; nam potentia A per spatium αF tantum & non amplius progressa est secundum directionem vel propensionem suam, adeoque ipsius velocitas per hanc rectam est æstimanda; sicut ob eandem causam velocitas potentiæ B æstimanda est per rectam βE; sed (ob similia triangula αCF, βCE) est αF ad αC, vel AC, ut βE ad βC, vel BC; quare erunt etiam potentiarum velocitates ut ipsarum à fulcro distantiæ.

Cor. 1. Cum corporis cujusque momentum est ut ejus pondus seu vis gravitatis & velocitas conjunctim, si diversa mobilia seu potentiæ vecti applicentur, erunt ipsorum momenta etiam ut vires seu pondera & distantiæ à centro conjunctim.

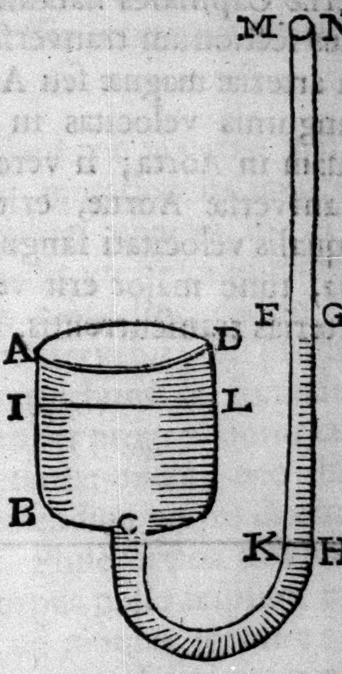
Cor. 2. Adeoque si eidem vecti duo applicentur pondera, ad distantias à centro seu fulcro ipsis ponderibus reciproce proportionales, erunt ipsorum momenta æqualia; nam velocitates sunt ut distantiæ à centro, adeoque (ex hypothesi) ipsis ponderibus reciproce proportionales, & proinde (per *Cor. Theor.* 3.) erunt ipsarum momenta æqualia; adeoque si contrariè agant, mutuum effectum tollunt (per axioma 10.) & proinde vectis non movebitur. Sic *e.g.* si vecti AB applicentur duo pondera A & B, talia, ut pondus A sit ad pondus B, ut BC ad

AC, erunt ipsorum ponderum momenta æqualia; sed in hoc casu contrariè agunt, quare vires æquales contrarie agentes omnem motum tollent, & vectis non movebitur, sed situm quemcunque datum retinebit; atque sic per applicationem vectis fieri potest ut vis quævis, utcunque parva, *v.g.* quæ uni libræ æquipollet, pondus quodvis, utcunque magnum nempe mille seu decem mille librarum, potest sustinere; scil. si ita ponatur fulcrum, ut potentia sit ad pondus, reciproce ut eorum à fulcro distantiæ; adeoque si tantillum augeatur potentia, vel pondus minuatur, potentia pondus elevabit.

Cor.

Cor. 3. Per machinas igitur mechanicas non augetur vis potentiæ, quod quidem fieri non poteſt, ſed ponderis vel elevandi vel trahendi velocitas ita per inſtrumenti applicationem minuitur, ut ponderis momentum vi potentiæ non majus evadat; ſic, exempli gratia, ſi vis quædam agens poſſit elevare datum pondus unius libræ cum data velocitate, per nullum inſtrumentum fieri poteſt ut eadem vis elevet pondus duarum librarum cum eadem velocitate; poteſt tamen per inſtrumentum cum velocitatis dimidio pondus duarum librarum elevare; imo poteſt eadem potentia pondus mille vel decem mille librarum elevare cum velocitatis parte milleſima vel decem milleſima; ſed non ideo augetur potentiæ vis, ſed motus quem producit in elevando pondus illud magnum omnino æqualis eſt motui, qui producitur cum elevatur pondus unius libræ.

Ex dictis etiam patet ratio, cur in canalibus communicantibus diverſæ amplitudinis conſervatur liquorum æquilibrium. Sit enim canalis amplus A B C D, cum alio anguſtiore M N K H communicans in C; in utraque canali infuſa aqua ad eandem altitudinem aſſurget, & deſcendendi conatus ſeu vis, quam habet aqua in canali F H ad elabendum per orificium C, æqualis eſt vi aquæ in canali A C ad deſcendendum per idem orificium. Nam ſi ponatur, aquam deſcendiſſe in canali A C per altitudinem A I; neceſſe eſt, ut aqua in canali F H aſcendat ad altitudinem H N, talem ſc. ut cylindrus aquæ M F G N æqualis ſit cylindro A I L D, ſcil. cylindro aquæ, quæ in canali A C deſcendit; ſed æqualium cylindrorum reci-



procantur bases & altitudines (per Prop. El. undecimi) hoc est, erit F M ad A I, ut orificium A D ad orificium M N vel F G; sed est F M ad A I, ut velocitas ascensus aquæ in canali F N ad velocitatem descensus aquæ in canali AC, & est orificium A D ad orificium F S, ut aqua in A C ad aquam in canali F H, nam cylindri æque alti sunt inter se ut bases; quare erit velocitas aquæ ascendentis in canali F H ad velocitatem aquæ descendentis in canali A C, ut aqua in canali AC ad aquam in F H; hoc est, aquarum velocitates sunt ipsius reciproce proportionales, & proinde erunt aquarum momenta æqualia; sed sunt contraria, quare nullus sequetur motus.

Hinc obiter patet ratio, cur aqua vel fluidum quodvis ex latiore in angustiorem alveum defluens majori celeritate moveatur.

Hinc si in corpore animali, arteriarum ramuli vel arteriæ Capillares habeant summam orificiorum seu potius sectionum tranversarum, majorem sectione tranversa arteriæ magnæ seu Aortæ, unde omnes oriuntur; erit sanguinis velocitas in extremitatibus corporis minor, quam in Aorta; si vero æqualis sit hæc summa sectioni transversæ Aortæ, erit velocitas sanguinis in iisdem æqualis velocitati sanguinis in Aorta; si minor sit summa, tunc major erit velocitas sanguinis per extremas arterias transcurrentis, quam in Aorta.

LECTIO XI.

De Legibus naturæ.

HActenus Theoremata de motus quantitate, ſpatiis à mobilibus percurſis, & quæ exinde conſequuntur corollaria demonſtrata dedimus; ad leges naturæ jam deventum eſt, illas ſc. leges, quas omnia corpora naturalia conſtanter obſervare neceſſe eſt. Has igitur eodem ordine, & iiſdem verbis, prout ab illuſtri *Newtono* proponuntur trademus, quarum prima hæc eſt.

LEX. I.

Corpus omne perſeverat in ſtatu ſuo quieſcendi vel movendi uniformiter in directum, niſi quatenus à viribus impreſſis cogitur ſtatum illum mutare.

Cum corpora naturalia conſtant ex materiæ maſſa, quæ ſibiipſi nullam ſtatus ſui mutationem inducere queat; ſi prius quieſcebant corpora, oportet ut in ea quiete ſemper permaneant, niſi adſit vis nova ad motum in iis producendum; ſi vero in motu ſint, eadem energia ſeu vis motum ſemper conſervabit; & proinde corpora motum ſuum ſemper retinebunt & ſecundum eandem rectam eodem tenore ſemper progredientur, cum nec ſibiipſis quietem, nec retardationem, nec directionis ſuæ mutationem ad deflectendum verſus dextram aut ſiniſtram acquirere valeant. Philoſophos novimus, qui facile agnoſcunt nullum corpus poſſe ſeipſum movere, hoc eſt, per ſe ex quiete ad motum tranſire; at non æque lubenter concedunt corpora ſemel mota non poſſe per ſe ad quietem tendere, eo quod videant pro-

jectorum motus paulatim languescere, & ipsa mobilia ultimo ad quietem pervenire.

Verum ut nullus modus, vel accidens, sponte sua seu per se destruitur, & sicut omnes effectus à causis transeuntibus producti semper permanent, nisi adsit nova aliqua & extranea causa quæ ipsos tollat; sic etiam motus semel inceptus semper continuabitur, nisi vis aliqua externa adsit, quæ ipsi obstat; nec magis potest corpus semel motum, motum seu energiam suam ad movendum deponere, & per se ad quietem redire, quam potest figuram semel sibi inductam exuere & aliam recentem absque causa extrinseca acquirere.

Inest præterea corporibus vis quædam, seu potius inertia, qua mutationi resistunt, unde est quod difficulter admodum è statu suo, qualiscunque is sit, deturbentur; vis vero illa eadem est in corporibus motis ac quiescentibus, nec minus resistunt corpora actioni, qua à motu ad quietem reducuntur, quam ei, qua à quiete ad motum transeunt; hoc est, non minor requiritur vis ad corporis alicujus motum sistendum, quam prius necessaria fuit ad eundem motum eidem corpori imprimendum: unde cum vis inertiæ æqualibus mutationibus æqualiter semper resistit, illa non minus efficax erit, ut corpus in motu semel incepto perseveret, quam ut corpus quiscens semper in eodem quietis statu permaneat.

Quidam sunt Philosophi, qui corpus ex sua natura tam ad motum quam quietem indifferens esse supponunt; at per indifferentiam illam non (ut opinor) intelligunt talem in corporibus dispositionem, per quam quieti aut motui nihil omnino resisterent; quippe hoc posito, sequeretur corpus quodvis maximum summa celeritate motum à minima quavis vi posse sisti; aut si quiesceret magnum illud corpus, ab alio quovis minimo propelli, absque ullo velocitatis corporis impellentis decremento; hoc est, corpus exiguum quodvis in aliud maximum impingens posset illud secum abripere sine ulla

ipſius retardatione; ſed utrumque corpus poſt impulſum junctim fererentur cum ea celeritate, quam prius corpus illud exiguum habebat, quod abſurdum eſſe omnes novimus; non igitur indifferentia illa ſita eſt in non renitentia ad motum ex ſtatu quietis, aut ad quietem ex ſtatu motus, ſed in eo ſolum, quod corpus ex ſua natura non magis ad motum quam ad quietem propendet, nec magis reſiſtit tranſire à ſtatu quietis ad motum, quam à motu rurſus ad eandem quietem redire; poteſt præterea corpus quodvis quieſcens à quavis vi moveri, poteſt æqualis ſecundum contrariam directionem agens motum illum deſtruere; atque in hoc indifferentiam illam ſitam eſſe volunt.

Cum, ſecundum expoſitam naturæ legem, corpus omne ſemel motum in eodem ſemper perſeverat, quærunt Philoſophi cur projecta omnia motum ſuum (quem violentum vocant) ſenſim amittunt? cur non in infinitum pergunt? ſi motus ex ſua natura non langueſceret, potuiſſet lapis ex manu projicientis ſub initio mundi emiſſus ſpatium fere immenſum, & tantum non infinitum, pertranſiiſſe. Sic equidem potuit, ſi in vacuo ſeu ſpatiis liberis motus abſque gravitate fieret. Verum cum omnia projecta vel per aerem vel ſuper aliorum corporum ſuperficies ſcabras feruntur, exinde provenit eorum retardatio; cum enim neceſſe ſit, ut mobilia aerem obſtantem è loco ſuo pellant & dimoveant, vel ut ſuperficiei, ſuper quam moventur, ſcabritiem vincant, oportet ut vim & motum illum omnem amittant, qui hiſce obſtaculis continuo impenditur, & proinde projectorum motus ſemper diminuetur; ſi vero nulla eſſet medii reſiſtentia, nulla ſuperficiei, ſuper quam decurrunt mobilia, aſperitas, nulla gravitas quæ corpora terram verſus continuo pelleret, abſque omni retardatione idem ſemper continuaretur motus; Sic in cœlis, ubi medium tenuiſſimum eſt, Planetæ diutiſſime ſuos conſervare poſſunt motus, & ſuper glaciem aut alias ſuperficies politas ſeu minime ſcabras corpora ponderoſiora ſerius ad quietem reducuntur.

Deſi-

Desinant jam Philosophi continuati motus exquirere causam, alia quippe agnoscenda est nulla, præter primam illam, quæ non modo motum sed res omnes in esse suo conservat, Deum scil. Opt. Max. nec alia ratione perseverat motus, quam continuatur corporis alicujus figura, color, aut aliæ quævis istiusmodi affectionum, quæ semper eædem permanerent nisi vis aliqua externa eas turbaverit.

Multo quidem rectius & magis secundum bonæ methodi leges egissent, si rationes retardati & amissi motus investigassent: verum quosdam in hac re adeo cæcutire deprehendimus ut illud ipsum ponant causam continuati motus, ex quo revera ejus retardatio provenit.

Desinant etiam Philosophi de communicatione motus tantas lites movere; ex supra positis enim facile intelligitur, cur lapis ex projicientis manu tanto cum impetu emittitur: quippe quum lapis in manu continetur, necesse est ut de motu ipsius manus participet (per Cor.) adeoque eadem celeritate & versus eandem plagam, qua ipsa manus, feretur; sed corpus omne naturale semel motum in eodem perseverat motu (per legem supra positam) donec ab agente externo impediatur; unde cum projiciens manum suam retrahit, lapis non retractus recta progredietur. Eodem prorsus modo, si navis aut cymba ventis vel remis celeriter agatur, qui in ipsa sedeant eundem celerem motum ipsis communicatum habent, at si subito sistatur navis, res omnes in navi positæ motum suum continuare conantur, & quæ ipsi navi firmiter non adhærent, post illius quietem relictis locis suis etiamnum progrediuntur; atque hinc periculum est ne homines in navi relative quiescentes, post tam subitam & quasi violentam status sui mutationem, prorsum præcipitentur, cum scil. motus, quem prius ab ipsa navi accepere, nondum destructus est.

Si lapis in funda celeriter circumagatur, cum ea celeritate circulum describet quam habet ea fundæ pars,

in

in qua ponitur; cum vero corpus omne ſecundum rectam lineam progredi affectat, lapis in ſingulis orbitæ ſuæ punctis ſecundum lineam orbitam in puncto in quo eſt tangentem egrederetur, niſi à filo detentus eſſet; adeoque ſi filum demittatur, rumpatur, vel alio quovis modo lapidem cohibere deſinat, lapis non ulterius in circulo ſed ſecundum rectam lineam movebitur, ſecluſo motu ex ipſius gravitate orto.

Conatus ille, quem lapis circumgyratus habet in quovis ſuæ orbitæ puncto ſecundum tangentem egrediendi, filum per quod in orbita detinetur tendit, & vis illa, qua filum tenditur, ex vi centrifuga oritur, per quam ſcil. à peripheria recedere coratur. Tenſionem hanc quiſque in funda facile experiri poteſt; & per experientiam invenimus, quo celerius circumgyratur lapis, vel etiam quo majus materiæ pondus in funda ponatur, eò majorem fieri fili tenſionem.

Ob hanc rationem volunt quidam Philoſophi centrifugam hanc vim à ſola gravitate proficiſci, huic tamen ſententiæ nec ratio nec experientia favet; nam in funda non ſolum tenditur funis cum lapis partem ſuæ orbitæ infimam percurrit, ſed etiam dum ſuperiorem partem deſcribit; quod à gravitate oriri non poteſt, cum gravitas lapidem in ſuperiore ſuæ orbitæ parte, tantum urgere poteſt verſus centrum, quæ directe contraria eſt vi centrifugæ quæ illum à centro recedere cogit; præterea cum lapis in plano horizontali in circulo revolvitur, filum quoque tenditur; ſed gravitas tenſionem illam in illo plano nullo modo producere poteſt, cum lapis nec ſurſum nec deorſum fertur, cujus proinde motus à gravitate hâc nec augebitur nec minuetur: non igitur à gravitate oritur vis centrifuga, ſed à ſolo conatu quem habent corpora omnia ſecundum rectam lineam progrediendi.

Si terram circa ſuum axem rotari ſupponamus, nos omnes qui in ejus ſuperficie degimus una cum ipſa revolveremur; adeoque ſi ſubito ſiſteretur ejus motus, res

res omnes ipsi firmiter non adhærentes vehementi motu excussæ ab illa recederent; sic etiam si circa solem motu annuo deferatur, & subito illa revolutio sisteretur, res omnes excussæ, planetarum instar, circa solem gyrarentur; ob eandem causam qua prius ipsa tellus circa solem movebatur.

Cum tellus circa axem vertitur & res omnes in ipsa circulos describunt æquatori parallelos, quærunt Philosophi unde sit, ut corpora omnia ab ejus superficie non excutiantur, cum per naturæ legem corpora omnia motum secundum rectam lineam affectant? Sic equidem excuterentur, nisi alia adesset vis, per quam ad terram detinentur, quæ est ipsa gravitatio vi centrifuga multo potentior.

Si vas aquæ plenum in plano quovis horizontali ponatur & subito vi satis magna impellatur, aqua in vase sub initio versus partes motui vasis contrarias tendere videbitur; non quod revera talis motus aquæ impressus est, sed cum illa in eodem quiescendi statu permanere conatur, vas motum suum aquæ intra ipsum contentæ communicare statim non potest, & proinde aqua à vase derelicta, & revera quiescens, locum suum relativum mutare videbitur. Tandem postquam vasis motus aquæ impressus est, & illa una cum vase uniformiter & eadem celeritate progredi cæperit, si subito sistatur vas, aqua tamen in eodem motu perseverare conabitur, & super vasis latera assurgens pars illius ulterius progredietur.

Si navis tempestate & turbulento mari jactetur, in ipsa sedentes homines & relative quiescentes doloribus, ægritudine, nausea & vomitu afficientur, præsertim si mari minus assueti fuerint; cum scil. liquores in ipsorum ventriculis, intestinis, vasibus sanguiferis, & cæteris ductibus contenti, navis jactationibus non statim obediunt, unde in corpore humano fluidorum motus turbabitur, & morbi orientur.

LEX.

LEX II.

Mutatio motus est semper proportionalis vi motrici impressæ, & fit semper secundum rectam lineam, qua vis illa imprimitur.

Sequitur ex axiomate 4; si enim vis aliqua motum quemvis generet, dupla duplum, tripla triplum generabit; & hic motus quoniam in eandem semper plagam cum vi generatrice determinatur (quippe ab illâ tantum oritur) fiet semper secundum eandem plagam (per legem primam;) nec potest corpus secundum aliam quamvis plagam deflectere, nisi adsit nova vis priori obstans; adeoque si corpus antea movebatur, motus ex vi impressâ productus motui priori vel conspiranti additur, vel contrario subducitur, vel obliquo oblique adjicitur, & cum eo secundum utriusque determinationem componitur.

Si vis aliqua in dato corpore motum producat, (per legem primam) corpus illud in motu suo semper perseverabit; si vero postea vis eadem vel æqualis secundum eandem directionem rursus in idem corpus agat, motus exinde productus priori æqualis erit, & proinde summa motuum prioris dupla erit; si denuo vis eadem tertio in idem corpus similiter agat, motus hinc ortus erit etiam primo æqualis, & proinde summa motuum erit motus primò impressi tripla; & similiter si vis eadem rursus in idem corpus ageret, omnium motuum summa erit primò impressi quadrupla, & sic continuo.

Hinc si vis hæc nova æqualibus temporum intervallis continuo æqualiter ageret, motus exinde ortus esset ut summa temporum quibus generatur; adeoque cum (ob datum corpus) motus sit ut velocitas, erunt velocitates sic genitæ ut tempora ab initio motus, & motus esset æqualiter acceleratus; hinc sequentia Theoremata facile demonstrantur.

THEOR. XI.

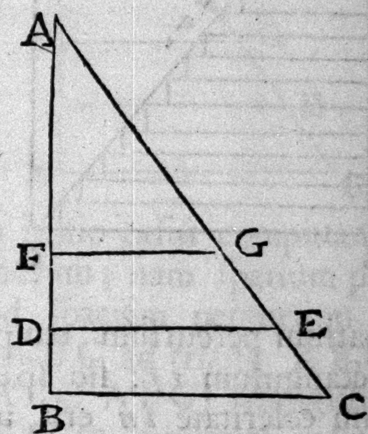
Si corpora in omnibus à terra diſtantiis æqualiter gravitarent, erit motus corporum ſua gravitate in eadem recta cadentium motus æquabiliter acceleratus.

Supponatur tempus in quo grave cadit diviſum eſſe in particulas æquales & valde exiguas, & gravitas prima temporis particula agens corpus verſus centrum pellat; ſi jam poſt primum illud tempus omnis gravitatis actio ceſſaret & corpus deſineret eſſe grave, nihilominus motus ex primo impulſu acceptus ſemper continuaretur & corpus ad terram æqualiter accederet (per legem primam;) verum cum corpus continuo ſit grave & gravitas indeſinenter agat, etiam in ſecunda temporis particula eadem gravitatio alium impulſum priori æqualem ipſi communicabit, & corporis velocitas poſt duos hos impulſus prioris dupla erit; & ſi vis gravitatis omnino tolleretur, corpus tamen cum eadem celeritate in eadem recta moveri perſeverabit; cum vero & tertiâ temporis particulâ corpus eadem gravitate urgetur, alium quoque motum priorum utrivis æqualem poſt tertium illud tempus acquiret; ſic etiam in quarta temporis particula gravitatio quartum impetum ſingulis priorum æqualem ipſi gravi ſuperaddit; & ſic de cæteris. Impetus igitur ſeu motus dati corporis à gravitate acquiſiti ſunt ut particulæ temporis ab initio elapſæ; adeoque cum actio gravitationis ſit continua, ſi particulæ illæ infinite exiguæ ſumantur, erit corporis cadentis motus ex gravitate acquiſitus ut tempus ab initio caſus elapſum; cumque corpus datum ſit, erit motus ut ipſius velocitas, ergo velocitas erit ſemper ut tempus in quo acquiritur. Gravi igitur cadenti æqualibus intervallis æqualia accedunt velocitatis incrementa, & proinde ejus motus erit uniformiter acceleratus. Q. E. D.

Similiter

Similiter ex iisdem principiis demonstrari potest corporum eâdem recta sursum tendentium motum esse æquabiliter retardatum; cum scil. vis gravitatis, contra motum inceptum continuo & æqualiter agens, æqualibus temporibus æqualiter ipsius motum minuit, usque dum motus omnis sursum omnino sublatus sit.

Cor: Recta A B exponat tempus quo corpus cadit, & B C cum A B faciens angulum rectum exponat velocitatem in fine istius casus acquisitam, jungatur A C, & per punctum quodvis D ducatur D E ad B C parallela; erit hæc ut velocitas fine temporis A D acquisita. Nam (ob triangula A B C A D E æquiangula) est A B ad A D sicut B C ad D E; sed B C repræsentat velocitatem in tempore A B, quare (cum velocitates sunt ut tempora)



D E repræsentabit velocitatem acquisitam in fine temporis A D: similiter F G repræsentabit velocitatem in puncto temporis F, & in omnibus temporis punctis velocitates erunt ut rectæ intra triangulum per ipsum ductæ & basi B C parallelæ.

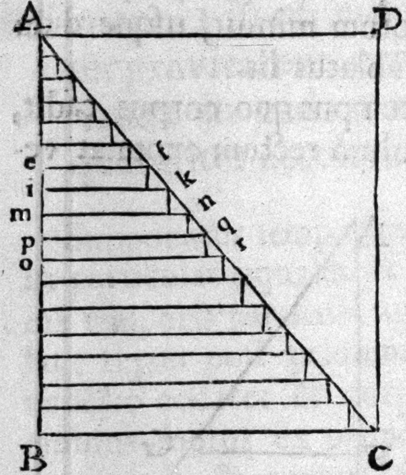
THEOR. XII.

Si grave ex quiete motu uniformiter accelerato descendat; spatium, quod ab ipso in dato ab initio motus tempore percurritur, dimidium erit istius quod in illo tempore uniformiter percurri potest cum ea velocitate, quæ fine istius temporis à gravi cadente acquiritur.

Sit A B tempus in quo cadit grave, sitque B C velocitas ultimo acquisita, compleatur triangulum A B C & rectangulum A B C D; porro distinguatur tempus

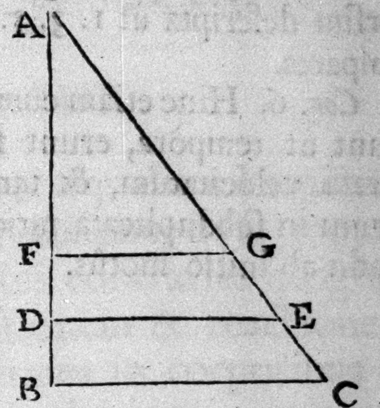
 A B in

A B in innumeras particulas *e i*, *i m*, *m p*, &c; Ducantur *c f*, *i k*, *m n*, *p q*, *&c.* basi parallelæ; (per Cor: præced:) *e f* erit ut velocitas gravis in temporis particulâ infinite exiguâ *e i*; & *i k* erit ejus velocitas in particula temporis *i m*; item *m n* erit ipsius velocitas ad punctum temporis *m p*; & sic *p q* erit velocitas in temporis particula *p o*; (sed per Cor. Theor. 7.) spatium in quovis tempore & cum quavis celeritate percursum est ut rectangulum sub eo tempore & celeritate; quare erit spatium percursum tempore *e i* cum velocitate *e f* ut rectangulum *i f*; sic spatium percursum tempore *i m* cum celeritate *i n* erit ut rectangulum *m k*; sic etiam spatium percursum cum celeritate *m n* tempore *m p* erit ut rectangulum *p n*; & sic de cæteris. Quare erit spatium percursum in omnibus hisce temporibus, ut omnia hæc rectangula seu ut rectangulorum omnium summa; cum autem temporis particulæ infinite exiguæ sunt, erit omnium rectangulorum summa æqualis triangulo A B C; est vero (per supra citatum Corol. Theor. 7.) spatium à mobili percursum tempore A B cum uniformi celeritate B C ut rectangulum A B C D; unde erit spatium percursum à gravi in dato tempore cadenti ex quiete ad spatium percursum in eodem tempore cum velocitate uniformi æquali ei quæ ultimo acquiritur à gravi cadente, ut triangulum A B C ad rectangulum A B C D; sed triangulum A B C est dimidium rectanguli A B C D, unde erit spatium quod à gravi cadenti ab initio casus in dato tempore percurritur dimidium ejus quod percurri potest in eodem tempore cum velocitate ultimo acquisitâ. Q. E. D.



Cor.

Cor. 1. Spatium, quod percurritur cum velocitate CB in tempore æquali dimidio ipſius AB, æquale erit ſpatio à gravi cadenti tempore AB percurſo.



Cor. 2. Ex ipſa demonſtratione ſequitur, ut ſpatium percurſum tempore AB repræſentatur per triangulum ABC, ſic ſpatium tempore AF à gravi emenſum per triangulum AFG repræſentari poſſe; item ſpatium peractum tempore AD per triangulum ADE exponetur.

Cor. 3. Spatia percurſa ab initio caſus computando ſunt in duplicata ratione temporum; nam ſpatium percurſum tempore AB eſt ad ſpatium percurſum in tempore AF ut triangulum ABC ad triang. AFG; ſed (ob ſimilia triangula ABC AFG) triangulum ABC eſt ad triangulum AFG in duplicata ratione lateris AB ad latus AF: adeoque erit ſpatium percurſum tempore AB ad ſpatium percurſum tempore AF in duplicata ratione temporis AB ad tempus AF. Sunt igitur ſpatia percurſa à gravi è quiete cadente ut quadrata temporum quibus percurruntur.

Cor. 4. Hinc ſi grave in dato tempore è quiete percurrat ſpatium quodvis, ſpatium in duplo tempore percurſum erit prioris quadruplum, in triplo tempore ſpatium peractum erit novies majus quam illud quod primo percurritur, *&c.* Hoc eſt, ſi tempora ſumantur ut 1. 2. 3. 4. 5. *&c.* ſpatia hiſce temporibus deſcripta ab initio motus computando erunt ut 1. 4. 9. 16. 25. *&c.*

Cor. 5. Cum ſpatium percurſum in primo tempore ſit ut 1, in ſecundo ut 4, computando ab initio, erit ſpatium in ſecundo tempore ſeorſim deſcriptum ut 3; eodem modo cum ſpatium deſcriptum in fine temporis tertii ſit ut 9, & in fine temporis ſecundi ut 4, erit ſpatium

tium descriptum in tempore tertio seorsim sumpto ut 5; & sic de cæteris: sumendo igitur temporis partes æquales erunt spatia à gravi è quiete cadenti in singulis seorsim descripta ut 1. 3. 5. 7. 9. 11. &c. scil. ut numeri impares.

Cor. 6. Hinc etiam cum velocitates cadendo acquisitæ sunt ut tempora, erunt spatia percursa etiam ut quadrata velocitatum, & tam velocitates quam tempora erunt in subduplicata ratione spatiorum per quæ grave cadit ab initio motûs.

LECTIO

LECTIO XII.

LEX III

Actioni semper contraria & æqualis est reactio; seu corporum duorum actiones in se mutuo æquales sunt, & in partes contrarias diriguntur. Hoc est, per actionem & reactionem æquales motûs mutationes in corporibus in se invicem agentibus producuntur, quæ mutationes versus contrarias partes imprimuntur.

HÆc Lex non aliter melius quam per exempla posset illustrari.

1. Si corpus unum in alterum quiescens impingat, quicquid motus quiescenti imprimitur, tantundem præcise impingenti substrahitur. *v. g.* Si corpus A cum duodecem motus partibus versus corpus B feratur, & postquam in illud impegerit communicentur ipsi B 5 partes motus, restabunt ipsi A motus partes tantummodo 7, adeoque mutationes quæ utrique corpori contingant æquales erunt; idemque omnino erit effectus ac si vis 5 partibus motûs æquipollens impellerit corpus B versus C, & alia huic æqualis in corpus A ageret ipsum in contrarias partes versus D premendo.

2. Si corpus B non quiescat, sed tendat versus C, & corpus A celerius motum in ipsum impingat; tantundem

tundem motus deperdet corpus A quantum corpus B lucratum eſt, & mutationes motus per impulſum in utroque corpore productæ (hoc eſt incrementum motus unius & decrementum alterius) æquales erunt.

3. Si corpora A & B ſibi obviam veniant, & A feratur verſus C cum 12 motus partibus, B vero verſus D cum tribus motus partibus; qualiſcunque motus mutatio corpori B accidat, eadem omnino corpori A continget: *v. g.* ſi poſt occurſum feretur B verſus C cum partibus motus duabus, mutatio motus quæ ipſi inducta eſt erit partium quinque; æqualis ſcil. ſummæ duorum motuum, illius nempe quo prius verſus D ferebatur quique per impulſum corporis A deſtructus eſt, & illius qui de novo recipitur cum quo verſus partes C tendit; & motus in corpore A amiſſus hiſce 5 motus partibus præciſe æqualis erit: adeoque (ut in primo exemplo) idem omnino ſequitur effectus, qualis fuiſſet ſi vis cum 5 motus partibus pelleret B verſus C, & alia hinc æqualis in corpus A imprimeretur, quæ illud verſus partes D ageret.

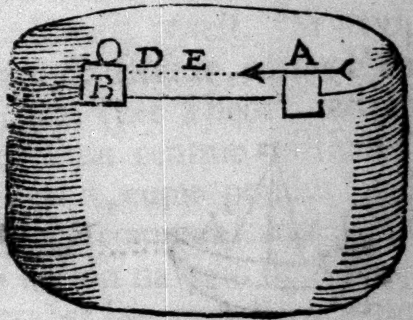
Verum univerſaliter ictus magnitudo quæ ab occurſu duorum corporum oritur, in utroque corpore ſemper æqualiter recipitur, unde & mutationes motus quæ ab ictu producuntur in utroque corpore ſemper æquales erunt.

Sic ſi malleus ferreus vitrum percutiat, ictus tam in malleo quam in vitro æqualiter recipitur, & vitrum frangitur ferro integro manente; non quod major eſt vis percuſſionis vitro impreſſa, quam eſt illa quæ in malleo recipitur, ſed quia partes ferri duriores & firmiter inter ſe cohærentes multo melius eidem percuſſionis vi reſiſtunt, quam vitri particulæ fragiles & minus cohærentes; eodem prorſus modo ſi corpus aliquod tenui filo muro alligetur, parva vis ſufficiens erit ad illud divellendum; ſi vero prægrandi fune idem corpus muro alligatum eſſet, vis prior æqualiter applicata parum proficeret ad corpus avellendum.

4. Sic

4. Si equus lapidem funi alligatum trahat, retrahetur etiam equus æqualiter in lapidem; nam funis utrinque distentus eodem se relaxandi conatu urgebit æqualiter lapidem versus equum & equum versus lapidem; unde attractionis vires, tam in equo, quam in lapide, æquales erunt; verum cum tanta sit firmitudo & vis equi solo vel terræ insistentis, ut tractioni funis resistere potest, ille funi trahenti minime cedet, nec per ejus vim è loco suo dimovebitur; at lapis, cui non tanta inest resistendi vis, versus equum promovebitur.

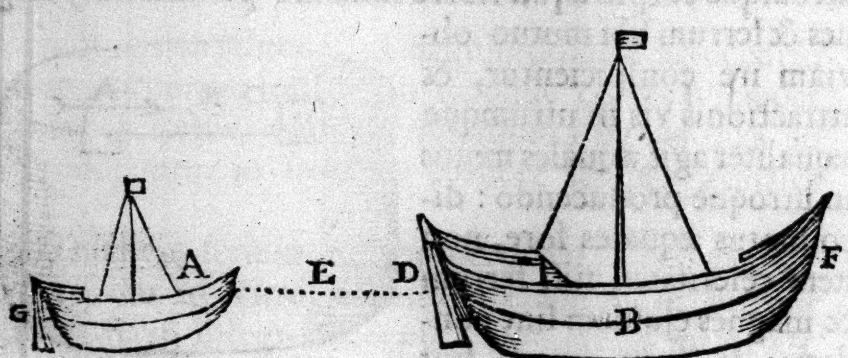
5. In attractionibus magneticis, non solum magnes trahit ferrum, verum & æqualiter vicissim ab ipso ferro trahitur; quod experientia constat: imponatur enim magnes suberis frustro B, & ferrum A similiter alio suberis frustro imponatur, & tam magnes quam ferrum aquæ innatent; deinde manu teneatur magnes, & ferrum videbimus ad magnetem accedere; si vero ferrum immobile teneatur, ad illud accedere magnetem deprehendemus: sed si utrumque corpus aquæ libere innatare permittatur, magnes & ferrum sibi mutuo obviam ire conspicientur, & attractionis vis in utrumque æqualiter agit, æquales motus in utroque producendo: dico motus æquales fore, non item celeritates, nisi ferrum & magnes ejusdem sint ponderis; si enim diversi sint



ponderis, quod magis pendet, minorem habebit celeritatem. *e. g.* si magnes sit duplo ferro ponderosior, ferrum vicissim duplo majorem velocitatem habebit: ut scil: æquales motuum quantitates in utroque corpore generentur; adeoque non convenient magnes & ferrum in medio puncto E, sed in puncto D, quod ita dividet distantiam B A, ut B D sit ad D A ut pondus A ad pondus B; sic in allato exemplo, si B D sit totius

distantiæ pars undecima, punctum D erit ubi magnes & ferrum sibi mutuo occurrent; cum enim BD sit pars undecima distantiæ BA; erit BD ad DA ut 1 ad 10; sed ut 1 ad 10 ita (per superius dicta) erit velocitas corporis B ad velocitatem corporis A; quare cum spatia percursa in dato tempore sint velocitatibus proportionalia, tempore, quo corpus A percurret spatium AD, corpus B cum decimâ velocitatis parte latum percurret spatium æquale decimæ istius spatii parti; adeoque in puncto D post illud tempus reperietur, in quo igitur puncto magnes & ferrum sibi mutuo occurrent. Eodem modo duo magnetes suberis diversis particulis impositi, si eorum poli amici sibi invicem obvertantur æqualiter sese mutuo attrahent: si vero poli inimici sibi invicem juxta ponantur, poli hi sese mutuo fugient, & quantitates motuum, vi fugæ productæ, in utroque æquales erunt..

6. In aliis attractionibus idem ostenditur. Sint enim duæ cymbæ A & B aquæ innatantes & homo in illa-



rum una *v.g.* in A positus ope funis versus se trahat cymbam alteram B; non solum hac tractione B accedet ad A, verum etiam A versus B æqualiter trahetur; & quantitates motuum, attractione productæ, in utrâque cymba æquales erunt; unde si cymbæ pondere sint æquales, cæteris paribus, æquales habebunt velocitates, & in medio puncto E convenient. Sin una illarum

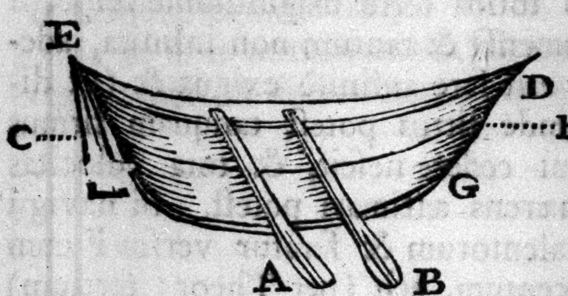
illarum altera major ſit, hoc eſt, majorem habeat in ſe materiæ quantitatem, ſeu majus pondus, quæ major eſt, minus habebit velocitatis; *e.g.* ſi cymba B ſit decuplo major cymba A, velocitas ipſius A decuplo major erit velocitate cymbæ B, & cymbæ convenient in puncto D, quod ita dividit illarum diſtantiam primam A B ut A D ſit decuplo major quam B D; hoc eſt, erit B D pars undecima totius diſtantiæ A B; ſi vero B ſit navigium millecuplo vel decemmillecuplo majus quam A, ipſius velocitas erit millecuplo vel decem millecuplo minor velocitate A, adeoque vix ſenſibilis. Si jam B ſit aliud corpus infinite magnum, illius velocitas erit infinite parva, hoc eſt, prorſus nulla reſpectu velocitatis ipſius A. Hinc ſi funis littori alligetur & homo in cymba per funem trahat ad ſe littus, cymba ad littus accedet, & littus ad cymbam; cum vero littus reliquæ terrenæ moli firmiter adhæret, ejus magnitudo, quæ eadem eſt, cum totius terræ magnitudine reſpectu cymbæ erit valde immenſa & tantum non infinita, adeoque ejus velocitas erit fere infinitè exigua & (ut dicam) nulla; ac proinde littus poteſt tanquam firmus obex conſiderari qui cedere neſcit, & tota velocitas tanquam cymbæ inhærens æſtimari poteſt. Si navigii B pondus ſit mille talentorum & feratur verſus F cum velocitatis gradibus centum, erit (per Theor: tertium) momentum illius navigii partium centum millium; ſi jam navigio B alligetur cymba A, cujus pondus ſit decem talentorum, quicquid motûs communicatur hac ratione cymbæ A, tantundem decidit navigio B. Adeoque

7. Si quis in cymba A trahat funem A E, per quem navigio B alligatur, ita ut hac tractione cymba promoveatur cum quingentis velocitatis partibus, eri tmotus exinde ortus 5 millium partium; & tantundem ſui motus amittet navigium B, cui proinde reſtabunt motus partes nonaginta quinque mille, unde erit velocitas navigii B partium nonaginta & quinque.

8, Si quis in navigio A ſedens per contum aut aliud

ejusmodi instrumentum pellat aut protrudat navigium B versus partes F, per illam trusionem retro cedet etiam navigium A versus partes contrarias G, ita ut in utroque navigio æquales erunt motus quantitates, quæ ab hominis propellentis vi oriuntur; unde si navigium B sit decuplo majus navigio A, decuplo minorem habebit velocitatem; si centuplo sit majus, habebit vicissim centesimam partem velocitatis navigii A; adeoque si B sit corpus quodvis immensum, erit velocitas navigii A immensa respectu illius quæ inveniri debet in cymba B; unde si quis in nave sedens per contum terram & littus à se protrudat, recedit hac trusione navis à littore; littus enim tanquam corpus immensum & firmus obex respectu navis considerari potest; cujus proinde velocitas erit minima aut plane nulla respectu illius quæ in navigio reperitur.

Si navigium E D G remis agatur, cum aqua per remorum palmulas A B retro pellitur versus partes C, illa rursus æqualiter in remos reaget, eosque una cum navigio, cui affixi sunt, versus partes



H propellet, ob quam solam causam promovebitur navigium: si enim nulla esset reactio & aqua nullum imprimeret motum remis versus partes H, cum ipsa in contrarias partes per remos truditur, subsisteret navigium; quandoquidem nihil esset quod illud versus plagam H propelleret; verum cum aqua reagendo tantum motûs imprimit navigio E D quantum ipsa exinde per remos acceperit, hinc sequitur quo majores sunt remorum palmulæ, vel numero plures, cæteris paribus, vel etiam quo celerius intra aquam agantur, eo concitatiori impetu progredi navigium.

Hinc cum natatio nihil aliud sit quam brachiorum pe-

dumque remigium, facile intelligitur cur intra aquas promovemur natando; cum scil: per manuum pedumque palmas aqua impellitur retrorsum, illa reagendo in contrariam plagam natantes propellet, ita ut motus in aquâ genitus æqualis sit motui, quo natantes progrediuntur. Idem etiam dicendum est de avium volatu, cum enim aves per alas suas aerem deorsum feriunt, aer reagendo eas sursum elevabit; si versus orientem aerem pellant, reactio aeris ipsas in occidentem tendere cogit. Sic pulvis pyrius intra tormentum bellicum accensus rarefit, & vi suâ æqualiter agit in globum missilem & tormentum unde globus expellitur, aer enim rarefactus in omnem partem se expandere satagens æqualiter tam tormentum retrorsum qnam globum antrorsum urgebit, & inde elater in utroque æquales motûs quantitates producet; & dividendo has motuum quantitates tam per pondus tormenti quam per pondus globi velocitates exinde ortæ erunt ponderibus reciproce proportionales.

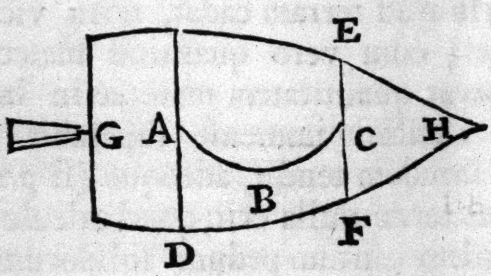
Cum omnia corpora in superficie terræ posita versus terram gravitant, vicissim tellus in corpora singula gravitabit & versus illa attrahetur; & motus hac attractione geniti cum in terra tum in corporibus gravibus descendentibus æquales erunt; ita si lapis vi gravitatis suæ deorsum ad terram cadat, terra vicissim ad lapidem assurget; cum vero quantitas materiæ in terra immense superat quantitatem materiæ in lapide, velocitas lapidis vicissim immense superabit velocitatem, quâ terra ad lapidem tendit, adeoque (si physice loquamur) velocitas terræ nulla erit; quod calculo sic patebit: ponamus lapidem centum pedum solidorum versus terram descendentem: spatium à lapide tempore unius minuti secundi decursum erit quindecem circiter pedum: sed (juxta illos qui de terræ dimensione scripserunt) tota globi terraquei moles continet pedes solidos 30 000 000 000 000 000 000 000 ponamus jam terram ubique esse ejusdam densitatis cum vulgaribus lapidibus (quamvis omnino credibile est ipsam esse multo densiorem) Unde

erit

erit materiæ quantitas in terrâ ad quantitatem materiæ in lapide centum pedum, ut 300. 000. 000. 000. 000. 000. 000. ad 1; & proinde dum lapis centum pedum gravitate impulſus deſcendere debet per ſpatium undecem pedum, terra verſus lapidem trahetur per unius pedis partes $\frac{15}{300\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000}$ quæ tantilla eſt quantitas ut ipſam imaginandi vim effugiat: & proinde in Phyſica negligi poteſt & pro nulla haberi, quamvis Geometrice & ſecundum veritatem loquendo, dicendum eſt terram ad lapidem accedere & utrumque corpus æqualiter ſe mutuo trahere.

Si luna per gravitatem in ſuâ orbitâ detineatur ne à terra recedat; hoc eſt, ſi luna verſus terram gravitet, terra viciſſim & omnes ejus partes verſus lunam gravitabunt, & hinc continuus orietur fluxus atque refluxus maris; ſed hoc obiter, alibi enim motum maris fuſius explicabimus.

Sit navis in aquâ quieſcens quæ facile à quolibet impulſu externo moveri poteſt, nulla tamen eſt vis intra navem agens, eâque ſolum innixa, quæ ipſam promovere poteſt; ſit enim G H navis & ponatur intra navem ma-



china quævis, *v.g.* corpus elaſticum A B C, quod vehementer conſtrictum reſilire ex ſe poteſt; porro compreſſa machina, latus B C approximabitur lateri A B; elater naturali ſua energia ſeu vi ſua reſtitutiva ſe utrinque æqualiter explicare ſatagens, æqualiter impellet tabulatum D A verſus G, & tabulatum E F verſus

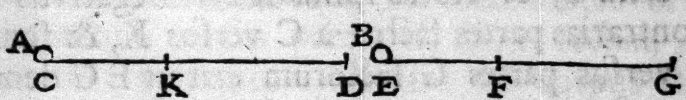
ſus H; & proinde navis duobus hiſce contrariis & æqualibus motibus affecta non movebitur: eodem plane modo, ſi quis in prora ſtans ad H per funem trahat ad ſe puppem G, funis utrinque diſtentus relaxandi ſe conatu æqualiter urgebit puppem verſus hominem trahentem, & trahentem verſus puppem; cumque trahens ipſi proræ inſiſtit, prora viciſſim ad puppem æqualiter trahetur, unde & hi duo motus contrarii & æquales ſe invicem deſtruent, & nullus ſequetur motus.

Ex hac lege ſequentia demonſtrantur Theoremata.

THEOR. XIII.

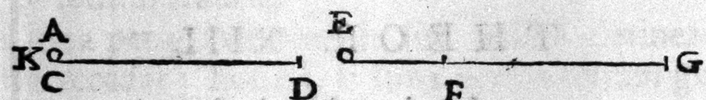
Si corpus unum alteri vel quieſcenti vel ſecundum eandem directionem tardius moto impingat, ſumma motuum in utroque corpore verſus eaſdem partes eadem manebit poſt impactum quæ fuit ante impactum.

Moveatur Corpus A ſecundum directionem CD à

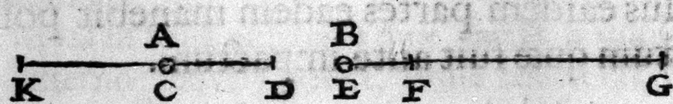


C verſus D, atque in aliud corpus B impingat, quod vel quieſcat vel ſecundum eandem directionem tardius moveatur: dico ſummam motuum in utroque corpore verſus eaſdem partes, à C ſcil. verſus D, ante & poſt impulſum eandem manere. Exponat CD motum corporis A, & ſi corpus B moveatur, recta EF motum ejus exponat verſus eaſdem partes, & proinde ſumma motuum per ſummam rectarum CD EF exponetur; cum jam actio & reactio æquales ſemper ſunt & contrariæ, æquales vires verſus contrarias partes impreſſæ, æquales in utroque corpore producent motuum mutationes verſus contrarias plagas; ſi igitur motus per impactum corporis A ipſi B impreſſus repræſentetur per FG, vis

F G, vis contraria & æqualis in corpus A agens tantundem ſubducet de ejus motu verſus eaſdem partes; facto adeoque ponendo D K ipſi F G æqualem, erit C K ut motus corporis, A & E G ut motus corporis B poſt occurſum; & proinde ſumma motuum erit ut ſumma rectarum C K E G; cum autem F G ſit æqualis K D, ſi utriſque addantur E F & C K erunt E G & C K æquales ipſis C D, E F: unde eadem manebit ſumma motuum verſus eaſdem partes G ante & poſt impulſum. Si F G ſit æqualis C D, punctum K coincidet cum C &



C K æqualis erit nihilo; unde poſt impulſum quieſcet corpus A. Si vero F G major ſit quam C D punctum



K cadet ultra C, & motus ipſius A erit negativus ſeu verſus contrarias partes factus à C verſus K, & ſumma motuum verſus partes G factorum erit ut E G dempta C K; nam ſumma duarum quantitatum, quarum una eſt poſitiva, altera negativa, eſt ipſarum differentia. Quoniam autem $FG = KD$, utrique addatur $EF - CK$, & erit $EF + FG - CK$; hoc eſt, $EG - CK = EF + DK$, hoc eſt, $EF + CD$; unde ſumma motuum verſus eaſdem partes, quæ hic eſt differentia motuum verſus contrarias partes factorum ante & poſt impactum, eadem manet. Q E D.

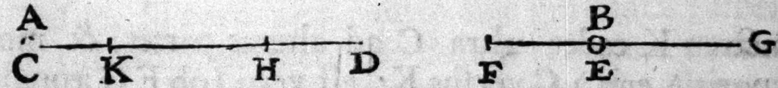
Cor. Eodem modo ſi plura corpora verſus eaſdem partes mota in ſeſe impingat, ſumma motuum verſus eaſdem partes non mutabitur.

THEOR.

THEOR. XIV.

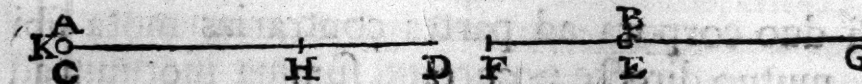
Si duo corpora ad partes contrarias mota ſibi mutuo directe occurrant, ſumma motuum ad eaſdem partes (quæ eſt differentia motuum ad partes contrarias factorum) ante & poſt occurſum verſus eandem ſemper partem eadem perſeverabit.

Moveatur corpus A à C verſus D, cujus motus expo-

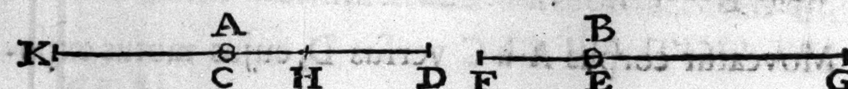


netur per CD; B vero in contrarias partes ſcil: ab E ad F moveatur cum motu ut EF; ponatur DH ipſi EF æqualis; eritque CH, quæ eſt differentia motuum ad partes contrarias, ut ſumma motuum factorum ad partes G; dico eandem CH eſſe ſummam motuum verſus eaſdem partes G poſt occurſum. Sit enim motus corporis B poſt impactum verſus partes G, & per rectam EG repræſentetur; vis igitur impulſus in corpus B verſus partes G impreſſa, æquipollebit ſummæ motuum EF, EG, & per rectam FG repræſentabitur; nam per illam vim deſtruitur motus ut EF verſus partes F, & novus ut EG imprimitur verſus contrarias partes G; cum vero vis impulſus æqualiter in utrumque corpus agit verſus contrarias partes, ſi fiat DK æqualis ipſi FG, hæc repræſentabit vim in corpore A exercitam verſus contrarias ejus motui partes; adeoque ſi motus ut DK ſubducatur à motu ut CD, reſtabit CK ut verus motus corporis A verſus partes G. Jam cum DK æqualis ſit FG, & DH æqualis FE, erit DK, demptâ DH, hoc eſt, KH æqualis FG, demptâ FE, hoc eſt, EG: & proinde cum ſit KH æqualis EG, erit KH ut motus corporis B poſt occurſum; ſed CK eſt ut motus corporis A,

adeoque C K K H, *i. e.* C H erit ſumma motuum in utroque corpore verſus partes G. Si F G ſit æqualis



C D, cadet punctum K in C, & motus A erit æqualis nihilo; hoc eſt quieſcet corpus A poſt impactum, & C H erit æqualis E G. Si vero F G major ſit quam C D,



punctum K cadet ultra C ad alteras partes, & motus corporis A erit à C verſus K; eſt vero (ob F G æqualem ipſi D K & F E æqualem D H) K H æqualis ipſi E G, & proinde ſi ab utraque dematur C K, erit C H æqualis rectæ E G, dempta C K; ſed C H erat ut ſumma motuum verſus partes G factorum ante occurſum, & eſt E C, dempta C K, ut ſumma motuum verſus eaſdem partes factorum, differentia ſcil. motuum verſus contrarias partes poſt occurſum. Quare eadem manebit ſumma motuum verſus eaſdem partes ante & poſt impactum.

Duo hæc ultima Theoremata ſimul & iiſdem verbis ſic optimè à Newtono enuntiantur.

Quantitas motus, quæ colligitur capiendo ſummam motuum factorum ad eandem partem, & differentiam factorum ad contrarias partes, non mutatur ab actione corporum inter ſe.

LECTIO

LECTIO XIII.

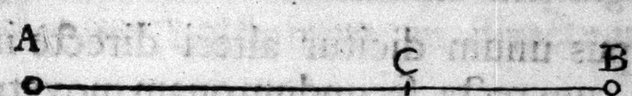
Definitiones Secundæ.

Centrum gravitatis cujusque corporis est punctum illud intra corpus positum, per quod si utcunque incedat planum, quæ utrinque sunt gravis Segmenta circa planum illud librata æquiponderabunt.

Hinc, Si corpus ex centro suæ gravitatis suspendatur, situm quemcunque datum retinebit; cum scil. partes corporis circa centrum undique æqualium momentorum consistunt, seu æquales habent ad motum propensiones.

2. **Duorum corporum commune gravitatis centrum vocamus punctum in recta ipsorum centra conjungenti ita situm, ut distantiæ corporum ab illo puncto sint in ratione reciproca corporum.**

Sint duo corpora A, B, quorum gravitatis centra conjungat recta A B; quæ ita sit in C divisa, ut A C sit ad B C, ut corpus B, hoc est, materia in B ad corpus A vel

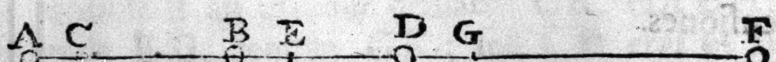


materiam in A; punctum illud C dicitur commune corporum A & B centrum gravitatis; ideo scilicet, quia si corpora illa circa punctum illud in iisdem ab ipso distantiis rotarentur, situm quemcunque datum retinerent; (ut demonstratum est in Corol. 2. Theorematis 10.)

3. Similiter, si sint tria corpora A, B, D, sitque C centrum gravitatis duorum A & B, & divida-

tur recta CD in E ita, ut CE sit ad DE ut pondus corporis D ad pondus duorum A & B simul, dicitur punctum illud E trium horum corporum commune gravitatis centrum; circa quod etiam corpora illa rotata situm quemcunque datum retinerent.

4 Eodem modo, si sint quatuor corpora A, B, D, F, & sit E commune centrum gravitatis



trium illorum A, B, D; punctum G, quod ita dividat rectam EF, ut EG sit ad GF ut pondus corporis F ad pondus corporum A, B, D simul, vocatur commune horum quatuor centrum gravitatis.

Atque sic quinque aut plurium corporum commune centrum gravitatis definitur.

5. Corpus unum dicitur alteri directè impingere, cum recta, secundum quam movetur, per impingentis centrum gravitatis & punctum contactus ducta sit superficiei corporis, in quod impingitur, perpendicularis; aut etiam si non in puncto, sed in linea seu superficie sese tangant, cum recta illa sit huic sive lineæ sive superficiei perpendicularis.

6. Obliquè

6. Obliquè autem ſeu indirectè impingere dicitur, cum prædicta recta ſuperficiei corporis, in quod impingit, non ſit perpendicularis.

7. Corpus perfectè durum appello, quod ictui nequaquam cedit; hoc eſt, quod ne pro minimo tempore figuram ſuam amittit.

8. Corpus molle eſt, quod ictui ita cedit, ut priſtinam figuram amittit, & nunquam ſeſe ad eandem reſtituere conatur.

9. Corpus elaſticum eſt, quod ictui aliquantiſper cedit, ſe tamen in priſtinam figuram ſua ſponte reſtituit.

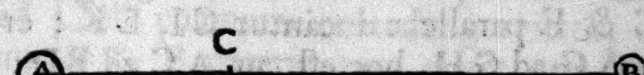
10. Vis elaſtica eſt vis illa, quâ corpus de figura ſua detruſum ſeipſum in priſtinam figuram reſtituere ſatagit.

11. Corpus perfectè elaſticum eſt quod ſe eadem vi in priſtinam figuram reſtituit, quâ exinde deturbatur.

THEOR. XV.

Si duo vel plura corpora motu æquabili, ſecundum eandem vel contrarias partes, feruntur, commune illorum centrum gravitatis ante mutuum occurſum, vel quieſcet, vel movebitur uniformiter in directum.

Caſus primus. Corpora A & B verſus partes contrarias cum motibus æqualibus tendant, quorum com-



mune gravitatis centrum ſit C. Ob æqualem in utroque corpore motûs quantitatem, erit velocitas corporis

ris A ad velocitatem corporis B ut corpus B ad corpus A; hoc est, (ex natura centri gravitatis) ut A C ad B C; unde, cum spatia eodem tempore percursa sint velocitatibus proportionalia, dum mobile A percurrat longitudinem A C, longitudo B C percurretur à mobili B; adeoque occurrent corpora in puncto C, & in eo puncto erit ipsorum gravitatis centrum tempore concursûs; sed & ante concursum in eodem erat puncto, adeoque in eodem permansit loco.

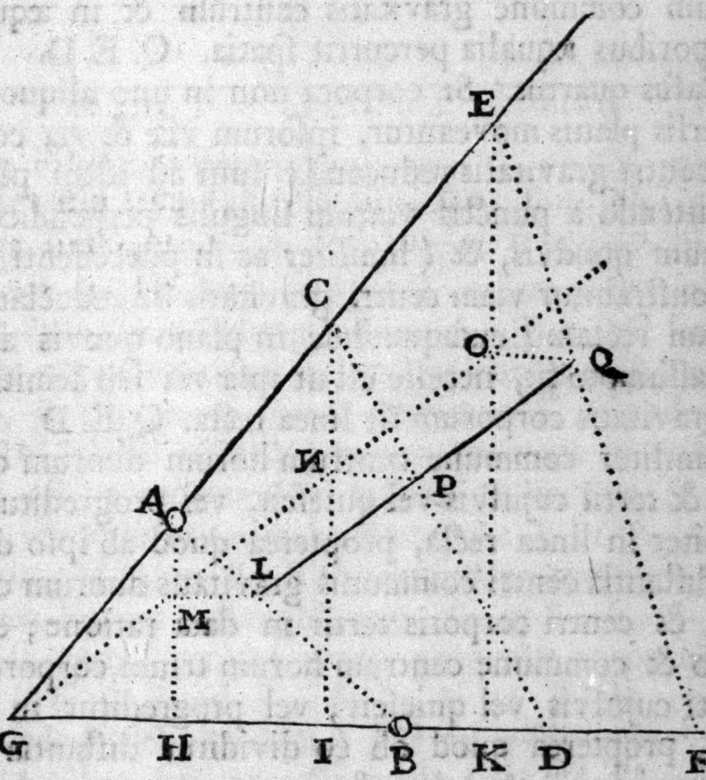
Eodem modo, si corpora cum æqualibus motibus à puncto C recederent, ostendetur ipsorum gravitatis centrum quiescere.

Casus secundus. Si corpora in eadem recta versus eandem partem, vel inæqualibus motibus versus contrarias, ferantur, illorum commune gravitatis centrum semper in eadem recta invenietur. Cum enim corpora uniformiter directè à sese recedant vel ad sese accedant, ipsorum à se invicem distantia uniformiter augebitur vel minuetur, & proinde corpora à puncto quovis prædictam distantiam in data ratione dividente uniformiter recedent, vel ad ipsum uniformiter accedent. Corporum igitur distantia à communi gravitatis centro uniformiter augebitur vel minuetur; quod fieri non potest, in prædictis casibus, nisi centrum illud vel quiescat (ut in primo casu) vel uniformiter moveatur, ut in præsenti casu.

Casus tertius. Moveantur corpora A & B in rectis A C, B D; sintque spatia à corpore A in æqualibus temporibus percursa A C, C E æqualia, & spatia à corpore B in iisdem temporibus percursa B D, D F quoque æqualia; concurrant rectæ A C, B D in G; & fiat ut A C ad B D ita A G ad G H; & jungatur A H; cui per C & E parallelæ ducantur C I, E K; erit A C ad H I ut A G ad G H, hoc est, ut A C ad B D; quare est H I = B D, & proinde H B = I D. Similiter est C E ad I K ut A G ad G H vel A C ad B D, hoc est, ut C E ad D F; quare est I K = D F, unde &

K F

KF = ID = HB. Sit L commune gravitatis centrum, cum corpora in punctis A & B locantur; ducatur LM ad BD parallela; erunt rectæ AB, AH similiter sectæ; jungatur GM & producatur; hæc secabit parallelas ipsi AH in punctis N & O; in eadem scilicet ratione quâ secta est AH vel AB; ducantur per N & O ad BD parallelæ NP, OQ; hæ



secabunt CD, EF in eadem ratione quâ sectæ sunt CI, EK, hoc est, in ea ratione quâ secta est AB in L; sed L est commune centrum gravitatis, cum corpora in A & B reperiuntur; quare erit P ipsorum centrum, cum in punctis C & D sunt; & Q illorum erit centrum, cum corpora sunt in punctis E, F. Præterea est ML ad HB ut AM ad AH, vel ut CN ad

ad C I, ſeu ut N P ad I D; ſed ſunt H B & I D æquales; quare & M L, N P æquales erunt; ſimiliter N P & O Q æquales erunt: cum igitur rectæ M L, N P, O Q æquales ſint & parallelæ, recta per L ducta & ad M O parallela tranſibit per puncta P & Q, & proinde centrum gravitatis ſemper in recta L Q locabitur: præterea (ob parallelas) eſt A C ad C E ut M N ad N O, hoc eſt, ut L P ad P Q; quare (ob A C = C E) erit L P = P Q. Semper igitur in eadem recta eſt corporum commune gravitatis centrum & in æqualibus temporibus æqualia percurrit ſpatia. Q. E. D.

Caſus quartus. Si corpora non in uno aliquo ſed in diverſis planis moveantur, ipſorum viæ & via communis centri gravitatis reducendæ ſunt ad idem planum, demittendo à punctis viarum ſingulis perpendicula in planum quodvis, & (ſimiliter ac in præcedenti caſu) demonſtrabitur viam centri gravitatis ſic reductam eſſe lineam rectam; cumque hoc in plano quovis ad libitum aſſumpto fit, neceſſe eſt ut ipſa via ſeu ſemita centri gravitatis corporum ſit linea recta. Q. E. D.

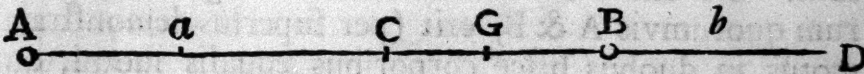
Similiter commune centrum horum duorum corporum & tertii cujuſvis vel quieſcit, vel progreditur uniformiter in linea recta, propterea quod ab ipſo dividitur diſtantia centri communis gravitatis duorum corporum, & centri corporis tertii in data ratione; eodem modo & commune centrum horum trium corporum & quarti cujuſvis vel quieſcit, vel progreditur in linea recta, propterea quod ob eo dividitur diſtantia inter centrum commune trium & centrum corporis quarti in eadem ſemper ratione; & ſic de aliis quotcunque corporibus. Q. E. D.

THEOR. XVI.

Si duo corpora, utcunque æqualia vel inæqualia, verſus eandem partem, celeritatibus utcunque æqualibus vel inæqualibus ferantur, ſumma

ſumma motuum in utroque corpore æqualis erit motui, qui oriretur, ſi utrumque corpus cum celeritate communis centri gravitatis latum eſſet.

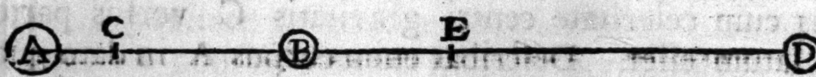
Sint duo corpora A & B, quorum commune gravitatis centrum ſit C, & utrumque corpus feratur verſus D; dico ſummam motuum in utroque corpore æqualem fore motui, qui produceretur, ſi utrumque cor-



pus cum celeritate centri gravitatis C verſus partes D latum eſſet. Deſcribat enim corpus A in dato quovis tempore longitudinem A*a*, corpus B longitudinem B*b*, & via à gravitatis centro C interea percurſa ſit CG; & (per theor. 6.) longitudines A*a*, B*b*, CG ſimul deſcriptæ repræſentabunt celeritates corporis A, corporis B, & communis centri gravitatis C reſpective; (per corol. autem theor. 3.) motus quantitas in quovis corpore eſt ut rectangulum factum ex materia & celeritate, adeoque erit motus in corpore A ut A×A*a*; & in corpore B, ut B×B*b*; & ſumma motuum erit ut ſumma horum rectangulorum, ſc. ut A×A*a*+B×Bb. Eſt vero (per def. centri gravitatis corporum) BC ad AC ut A ad B, & ut A ad B ita etiam (per eandem definitionem) *b*G ad *a*G; quare erit BC ad AC ut *b*G ad *a*G; unde (per 19. Elementi quinti) BC eſt ad AC, hoc eſt, A ad B, ut BC—*b*G ad AC—*a*G; hoc eſt, ut CG—B*b* ad A*a*——CG; adeoque (per 16. El. 6.) A×A*a*—A×CG æquale erit B×CG—B×B*b*; & proinde A×A*a*+B×B*b* æquale erit A×CG+B×CG: ſed duo rectangula A×A*a* & B×B*b* ſunt (uti dictum eſt) ut ſumma motuum in utroque corpore, & duo rectangula ſub A & CG & ſub B & CG erunt ut ſumma motuum qui

orirentur, si utrumque corpus cum celeritate C G centri gravitatis latum esset; unde erit summa motuum in utroque corpore æqualis motui, qui produceretur, si utrumqne corpus cum celeritate communis centri gravitatis latum esset. Q. E. D.

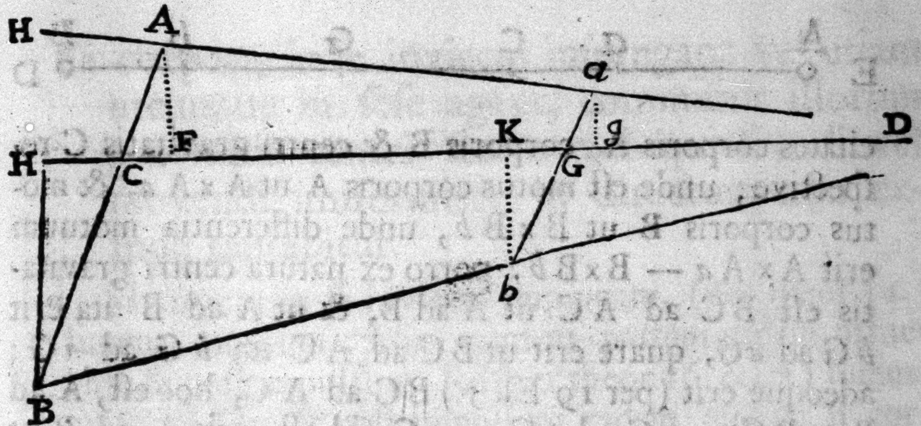
Si tria sint corpora A, B, D, ad eandem partem lata, quorum trium commune gravitatis centrum sit E; erit summa motuum in tribus corporibus æqualis motui orto ex corporibus iisdem cum velocitate puncti E latis. Sit enim C commune centrum gravitatis duorum quorumvis A & B, erit (per superius demonstrata) motus in duobus hisce corporibus æqualis motui, qui



oriretur, si utrumque corpus in unum coalescens cum velocitate puncti C latum esset; sed etiam summa motuum (scil. motus corporum sic coalescentium & motus tertii corporis D) æqualis erit motui, qui fieret, si corpus ex duobus coalescens una cum corpore tertio D moverentur cum celeritate puncti E, unde liquet in hoc quoque casu theorema.

Eadem est demonstratio, si corpora non in eadem recta sed in parallelis vel etiam in rectis quomodocunque inclinatis moveantur. Sed in hoc casu notandum est celeritatem corporum, qua versus eandem plagam cum centro gravitatis feruntur non æstimari à via quam revera percurrunt, sed solum à via in quam secundum directionem centri gravitatis promoventur; *v. g.* si duo corpora A & B in rectis A *a*, B *b* ferantur, sitque C G linea à communi centro gravitatis descripta, interea dum corpora percurrunt longitudines A *a*, B *b*, & demittantur à punctis A, *a*, B, *b* in rectam C G perpendiculares A F, B H, *a g*, *b k*; spatia jam quæ secundum directionem puncti C corpora percurrunt non sunt A *a*, B *b*, quæ sunt spatia absoluta ab iisdem descripta; verum spatium secundum quod

quod promoveatur corpus A versus plagam D computandum est per rectam F D; tantum enim & non amplius secundum directionem puncti C progreditur. Similiter spatium secundum quod promovetur corpus B versus plagam D est H K, & per illud spatium ejus in recta H D progressus æstimatur; adeoque celeritates corporum quibus versus eandem partem feruntur sunt ut rectæ F g, H K; est præterea A ad B ut B C ad A C seu (ob æquiangula triangula A C F, B C H) ut H C ad F C; unde similiter procedet demonstratio ac in primo casu.

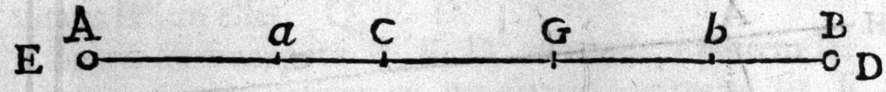


THEOR. XVII.

Si duo corpora versus contrarias partes ferantur, erit differentia motuum ad partes contrarias factorum, vel quod idem est, summa motuum ad eandem partem æqualis motui qui produceretur, si utrumque corpus versus eandem plagam cum celeritate communis ipsorum gravitatis centri fereretur.

Sint corpora A & B quorum gravitatis centrum commune sit C, & moveatur corpus A ab A versus D, &

corpus B verſus contrariam plagam à B verſus E; ſint ſpatia à corporibus A, B & centro C ſimul deſcripta A *a*, B *b*, C G; hæc (per theor. 6.) repræſentabunt velo-



citates corporis A, corporis B & centri gravitatis C reſpective; unde eſt motus corporis A ut $A \times Aa$, & motus corporis B ut $B \times Bb$, unde differentia motuum erit $A \times Aa - B \times Bb$: porro ex natura centri gravitatis eſt BC ad AC ut A ad B, & ut A ad B ita erit *b* G ad *a* G, quare erit ut BC ad AC ita *b* G ad *a* G; adeoque erit (per 19 El. 5.) BC ad AC, hoc eſt, A ad B ut $BC - bG$ ad $AC - aG$, id eſt, erit A ad B ut $Bb + CG$ ad $Aa - CG$; quare erit (per 16. El. 6.) rectangulum ſub A & $Aa - CG$ æquale rectangulo ſub B & $Bb + CG$; hoc eſt, $A \times Aa - A \times CG = B \times Bb + B \times CG$, unde erit $A \times Aa - B \times Bb = A \times CG + B \times CG$; ſed $A \times Aa - B \times Bb$ eſt (uti dictum eſt) differentia motuum verſus contrarias partes vel ſumma motuum verſus eandem, & $A \times CG + B \times CG$ eſt motus emergens, ſi utrumque corpus cum velocitate communis ipſorum centri gravitatis latum eſſet, unde liquet propoſitum.

Cor. 1. Si differentia motuum verſus contrarias partes ſit nihilo æqualis; hoc eſt, ſi in utroque corpore ſint motuum quantitates æquales, commune gravitatis centrum in hoc caſu quieſcet.

Cor. 2. Si ſint plura corpora vel omnia verſus eandem vel quædam in contrarias partes lata, ſumma motuum ex omnibus verſus eandem partem eadem erit, ac ſi omnia ad eam partem cum velocitate communis omnium gravitatis centri lata eſſent.

Cor. 3. Corporum igitur plurium motus ex motu centri gravitatis æſtimandus eſt, & tantum eorum ſyſtema progreditur vel regreditur, tantum aſcendit vel

deſcendit,

descendit, quantum commune ipsorum gravitatis centrum progreditur, vel regreditur, ascendit aut descendit.

THEOR. XVIII.

Si corpora in se invicem impingant vel etiam utcunque in sese agant, communis illorum gravitatis centri status vel quiescendi vel movendi uniformiter in directum non exinde mutabitur.

Si corpora in se invicem impingant, (per theor. 14.) summa motuum versus eandem partem eadem manet ante & post impulsum; sed (per theor. 16. & 17.) summa motuum ante & post impulsum eadem est, ac si corpora omnia cum velocitate communis gravitatis centri ad eandem cum ipso partem lata essent; quare cum eadem corpora habent motuum summas ante & post impulsum sibi invicem æquales, & etiam æquales motui orto ex omnibus simul cum velocitate communis gravitatis centri latis, liquet velocitatem communis gravitatis centri ante & post impulsum eandem manere. Q. E. D.

Hucusque leges quasdam generales ad corporum quorumcunque motus determinandas inservientes tradidimus, ad alias jam speciales congressuum regulas devenimus, quibus scil. corpora singula post occursum, & mutuum in se invicem impactum, motus suos continuant, & versus quas partes, & cum quibus velocitatibus singula tendant. verum ob variam corporum structuram, prout scil. elastica vi pollent, vel illa destituuntur, pro diversis corporum generibus, regulæ congressuum diversæ erunt; & quamvis nullum fortasse detur corpus, quod sit vel perfecte durum, vel perfecte molle, vel perfecte elasticum, omnia enim corpora aliquid ex hisce omnibus fortasse in se continent, id tamen nihil impedit, quin abstractione mentis seperari

possint

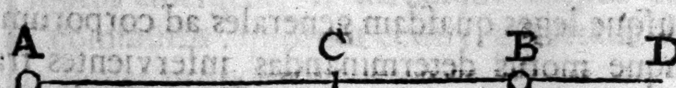
possint, & corpus considerari tanquam unâ solummodo ex hisce qualitatibus præditum, & motus corporum eo magis ad regulas infra tradendas accedunt, quo magis corpora ipsa ejusmodi qualitatibus & conditionibus gaudent.

Supponimus hic corpora ab aliis omnibus ita esse divisa, ut eorum motus ab aliis circumjacentibus nec impediantur, nec juventur.

THEOR. XIX.

Si corpus durum vel molle, corpori duro vel molli directe impingat, sive illud, in quod impingat, quiescat sive versus eandem partem tardius moveatur, seu demum versus contrariam & motus sint inæquales, utrumque corpus, post impactum una cum communi gravitatis centro junctim movebitur.

Impingat corpus A in corpus B; quod vel quiescat, vel versus eandem plagam tardius, vel versus contrariam cum minore motu feratur; dico utrumque corpus post



impulsum eadem celeritate unà cum communi gravitatis centro junctim moveri. Cum enim corpus B non impediatur ab aliis corporibus circumjacentibus, (per legem secundam) à vi in ipsum per corpus A impressâ movebitur, versus eas partes, in quas fit virium directio; sed & junctim movebitur cum corpore A: non enim tardius moveri potest, ob corpus insequens A; non celeriùs, quia nulla alia ex hypothesi, præter impellens A, datur hujus motus causa; cum alia omnia, ut vis elastica, ambiens fluidum & hic nihil agere supponuntur,

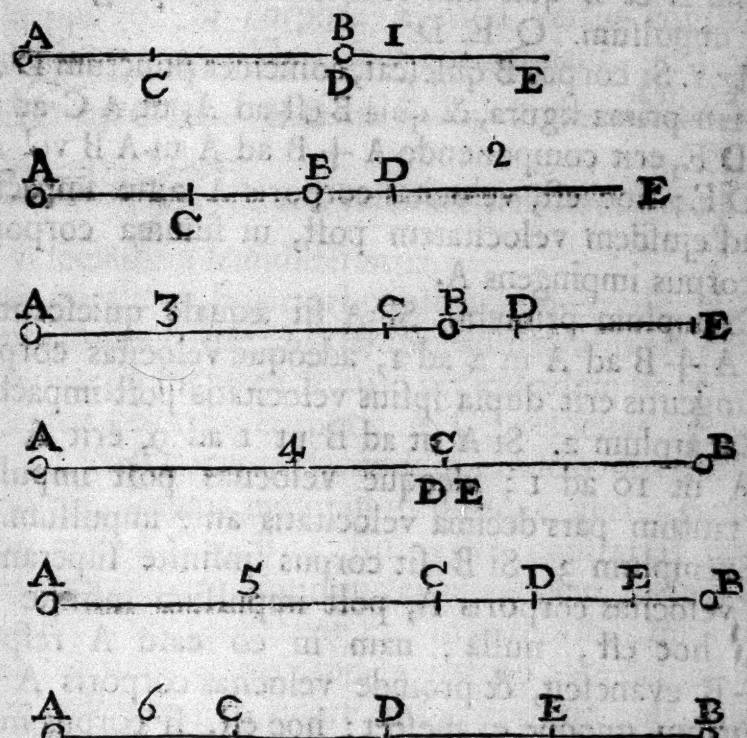
nuntur; adeoque post impactum cum communi ipsorum centro gravitatis utrumque corpus junctim movebitur. Q. E. D.

Cor. Si corpora ponantur concurrere in D, cum velocitates mobilium sunt spatia simul descripta, velocitates corporis A, corporis B, & centri gravitatis C, erunt ut rectæ A D, B D, C D, respective; hæ enim longitudines simul percurruntur.

PROBL. II.

Corporum durorum aut mollium post directum impactum determinare motus.

Omnes hujus problematis casus eâdem operâ construemus. Sint igitur duo corpora A & B, quorum gra-



vitatis centrum sit C, ponantur corpora concurrere in D,

D; erunt (per præcedens corol.) celeritates ante impactum corporis A, corporis B, & communis centri gravitatis C, ut rectæ A D, B D, & C D respective; fiat jam D E æqualis D C, hæc repræsentabit velocitatem corporum post occursum; hoc est, erit velocitas corporis A ante impulsum ad ejusdem velocitatem post, ut A D ad D E; & velocitas corporis B ante impactum, erit ad ejus velocitatem post impactum, ut B D ad D E, nam (per theor. 19.) corpora A & B post impulsum una cum centro gravitatis progrediuntur; sed (per theor. 18.) celeritas centri gravitatis eadem manet ante & post impulsum, & versus eandem semper plagam, quare si C D repræsentet celeritatem ipsius ante impulsum, D E ipsi C D æqualis ejus velocitatem post impulsum exponet; adeoque D E exponet quoque celeritatem corporum A & B quæ unà cum centro C progrediuntur post impulsum. Q. E. D.

Cor. 1. Si corpus B quiescat, coincidet punctum D cum B, ut in prima figura, & quia B est ad A, ut A C ad B C vel D E, erit componendo A + B ad A ut A B vel A D ad D E; hoc est, velocitas corporis A ante impactum est ad ejusdem velocitatem post, ut summa corporum ad corpus impingens A.

Exemplum primum. Si A sit æquale quiescenti B, erit A + B ad A ut 2 ad 1, adeoque velocitas corporis impingentis erit dupla ipsius velocitatis post impactum.

Exemplum 2. Si A sit ad B ut 1 ad 9, erit A + B ad A ut 10 ad 1; ideoque velocitas post impulsum erit tantum pars decima velocitatis ante impulsum.

Exemplum 3. Si B sit corpus infinite superans A, erit velocitas corporis A, post impulsum infinite parva, hoc est, nulla; nam in eo casu A respectu A + B evanescit, & proinde velocitas corporis A post occursum quoque evanescet; hoc est, si corpus in firmum obicem impingat cedere nescium, post impactum quiescet.

Exempl. 4. Si corpus E ipsi A æquale, secundum eandem

dem directionem tardius moveatur, erit DE vel CD = $\frac{AB}{2} + BD = \frac{AB + 2BD}{2} = \frac{AD + BD}{2}$, hoc eſt, erit velocitas poſt impulſum priorum velocitatum ſemiſumma.

Exempl. 5. Si corpora cum æqualibus motibus verſus contrarias partes tendant, punctum D coincidit cum C, ut in theor. demonſtratum fuit; & CD, DE erunt nihilo æquales, hoc, eſt poſt occurſum quieſcet utrumque corpus;

Cor. 2. Hinc demonſtratur falſam eſſe Carteſianorum legem, qua eandem ſemper motus quantitatem in univerſo conſervari volunt; nam corpora non elaſtica, verſus contrarias partes cum æqualibus motibus in ſeſe incurrentia, mutuos motus tollunt.

Exempl. 6. Si corpora æqualia verſus contrarias partes cum inæqualibus motibus tendant, erit DE vel CD = CB — BD = $\frac{AB}{2} - BD = \frac{AB - 2BD}{2} = \frac{AD - BD}{2}$, hoc eſt, erit velocitas poſt impulſum priorum velocitatum ſemidifferentia.

Hæc omnia ex ſuperiori conſtructione facile fluunt; ſed cum in praxi calculus ſemper adhibendus eſt, generalis hujus problematis ſolutio per calculum ſic eruitur.

Vocetur velocitas corporis A, C; velocitas corporis B ſit c; & ſi corpora ſecundum eandem directionem moveantur, ſumma motuum in utroque verſus eandem plagam erit $AC + Bc$: ſin verſus contrarias partes moveantur, ſumma motuum verſus eandem partem erit $AC - Bc$; ſed (per theor. 14.) in corporibus omnibus, ſumma motuum verſus eandem partem ante & poſt impulſum eadem manet, quare erit corporum poſt impulſum motus vel $AC + Bc$ vel $AC - Bc$, prout corpora ad eandem vel contrarias partes ante impulſum tendebant; datur igitur momentum corporum eâdem velocitate latorum, unde (per dicta in lect X.) ipſorum velocitas

ſimul innoteſcet; nempe ſi dividatur momentum per ipſa corpora, quotiens exhibebit ipſorum velocitatem ſcil. $\frac{AC+Bc}{A+B}$ vel $\frac{AC-Bc}{A+B}$ & ſi B quieſcat, hoc eſt, ſi c ponatur nihilo æqualis, velocitas corporum erit $\frac{AC}{A+C}$.

Cor. 3. Cum velocitas corporis A ante impactum fuit ut AD, & poſt impactum ejus velocitas ſit CD, erit velocitas amiſſa AC, & proinde motus per ictum amiſſa $A \times AC$.

THEOR. XX.

Si corpus motum alteri ſive moto, ſive quieſcenti directe impingat; ictus magnitudo æquipollet momento ad occurſum deperdito, in corpore, ſi quod ſit, fortiori.

Si enim intelligatur motorum corporum (ſi quod ſit) fortius, vel ſi momentorum ſunt æqualium, utrumvis ut percutiens, alterum ut percuſſum, ictus magnitudo æquipollebit vi à percutienti in percuſſum impreſſæ; ſed vis illa quæ in percuſſum imprimitur à percutiente decidit, (per legem tertiam;) adeoque motus in corpore percutintee amiſſus, erit vi in corpus percuſſum impreſſæ, & proinde magnitudini ictus, proportionalis. Q. E. D.

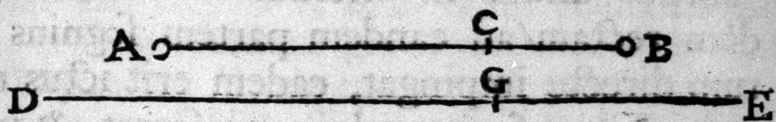
Cor. Ubi æqualia ſunt momenta quæ à corporibus percutientibus decidunt, ibi æquales erunt ictuum magnitudines.

THEOR. XXI.

Si corpus datum in aliud quieſcens datum directe impingat; ictus magnitudo velocitati impingentis ſemper erit proportionalis.

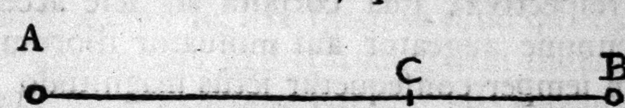
Impingat corpus datum A in aliud datum quieſcens B, cum velocitate quæ exponatur per AB; deinde impingat

pingat idem corpus A in idem quiescens B, cum alia velocitate D E; hoc est, sit A B ad D E ut prior velocitas ad posteriorem, & ponatur deinde corporum



distantiâ D E; perinde enim est quoad magnitudinem ictûs ad quam distantiam à se invicem initio motus ponantur; sitque in eo corporum situ commune ipsorum gravitatis centrum G. Cum corpus A movetur velocitate A B, erit C B ejus velocitas post occursum; & cum motus ante impactum fuit A x A B, motus post impactum erit A x C B; & motus amissus erit A x A C; eodem modo si corpus moveatur velocitate D E, erit motus amissus A x D G, ac proinde ictûs magnitudo cum velocitate A B erit ad magnitudinem ictûs cum velocitate D E, ut A x A C ad A x D G, vel ut A C ad D G; quia autem est A C ad B C ut B ad A, erit A C ad A C + B C, hoc est, A B ut B ad A + B; & similiter erit B ad A + B ut D G ad D E, quare erit A C ad A B, ut D G ad D E, unde permutando erit A C ad D G ut A B ad D E; hoc est, erit ictûs magnitudo cum velocitate A B ad magnitudinem ictûs cum velocitate D E ut velocitas A B ad velocitatem D E. Q.E.D.

Cor. Si corpus A in B irrueret, motus amissus esset A x A C; si vero B in A cum eadem celeritate impingeret, motus amissus esset B x B C; quia autem est ut A ad B



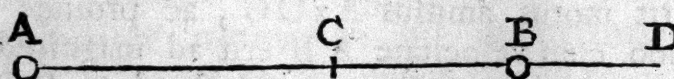
ita B C ad A C, erit A x A C = B x B C, adeoque eadem erit quantitas motus per ictum amissa, sive B cum data celeritate impingat in A, sive A cum eadem velocitate in corpus B incurrat, adeoque eadem in utroque casu erit ictus magnitudo.

 THEOR.

THEOR. XXII.

Si corpus unum in alterum ſecundum eandem rectam ad eandem partem ſegnius latum directe impingat, eadem erit ictus magnitudo, ac ſi antecedens quieſceret, & inſequens in illud cum velocitatum differentia latum eſſet.

Sint duo corpora A & B verſus eandem partem lata, quorum commune gravitatis centrum ſit C; & ponantur corpora concurrere in D, conſtat ex ſupra traditis velocitates corporum ante impulſum eſſe ut rectæ A D, B D, & proinde velocitatum differentia erit



ut A B; utriuſque autem corporis poſt impactum velocitas per C D exponetur, & proinde motus deperditus in corpore A erit A x A C. Si autem corpus A cum velocitate A B in quieſcens B impingeret, ipſius velocitas poſt occurſum eſſet C B, & motus amiſſus eſſet A x A C; unde cum in utroque caſu eadem amittitur in percutiente motus quantitas, eadem quoque erit ictus magnitudo.

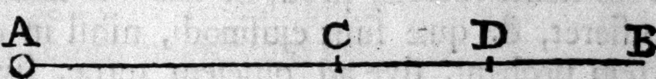
Cor. Si eadem manet velocitatum differentia, hoc eſt, velocitas reſpectiva, qua corpora ad ſeſe accedunt, quomodocunque augeatur aut minuatur illorum ſumma, eadem ſemper conſequetur ictûs magnitudo.

THEOR. XXIII.

Si corpora duo motibus contrariis ſibi invicem obviam veniant, ictus magnitudo eadem erit, ac ſi unum ipſorum quieſceret & alterum

rum in illud cum velocitatum ſumma impingeret.

Sint duo corpora A & B verſus contrarias partes lata, quorum commune gravitatis centrum ſit C, ſitque D punctum in quo concurrunt; conſtat velocitates corporum A & B eſſe ut rectæ A D, B D; & proinde velocitatum ſumma exponetur per A B; C D au-



tem deſignat ipſorum velocitatem poſt impactum, & proinde motus in corpore A amiſſus erit A x A C. Si autem A in B quieſcens impingeret cum velocitate A B, velocitas poſt impactum eſſet ut C B, & motus amiſſus eſſet A x A C. Cum igitur in utroque caſu eadem motus quantitas amittitur, eadem quoque erit ictus magnitudo. Q. E. D.

Cor. 1. Si igitur eadem maneat velocitatum ſumma, hoc eſt, velocitas reſpectiva corporum A & B qua ad ſe invicem accedant, quæcunque ſit velocitatum differentia, ſeu quomodocunque velocitas illa inter corpora concurrentia partiatur, eadem ſemper erit ictûs magnitudo.

Cor. 2. Eſt igitur ictus magnitudo in datis corporibus ſemper proportionalis ipſorum velocitati reſpectivæ.

Cor. 3. Corporum in dato ſpatio incluſorum iidem ſunt motus inter ſe, ſive ſpatium illud quieſcat ſive moveatur uniformiter in directum; nam differentiæ velocitatum, quibus corpora tendunt ad eandem partem, & ſummæ, quibus ad contrarias partes tendunt, eædem ſunt, ſive ſpatium in quo corpora includuntur quieſcat, ſive moveatur uniformiter in directum; adeoque ictus magnitudines hiſce ſemper proportionales exiſtentes eædem erunt in utroque caſu. Hinc in navi motus omnes eodem modo ſe habent, ſive ea quieſcit, ſive moveatur

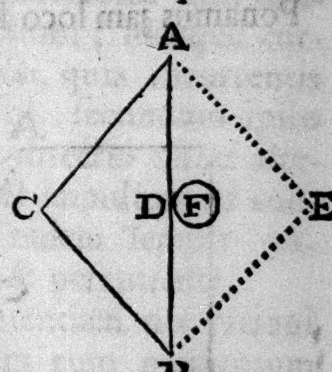
tur uniformiter in directum. Sic etiam projectorum & percussionum phænomena eadem contingunt omnia apud nos in terra positos, sive cum terra junctim ferantur omnia communi motu, sive absit ille communis motus, & terra quiescat, adeoque quæ afferri solebant objectiones à projectionibus inæqualibus eadem vi faciendis, prout vel ad orientem vel ad occidentem fierent; atque ab inæqualibus percussionibus à tormento bellico globum emittente futuris, prout in has vel illas partes explosio fieret, & quæ sunt ejusmodi, nihil in utramvis partem probant, sive ad quietem terræ, sive motum astrnendum.

LECTIO

LECTIO XIV.

SI nulla esset elasticitas, leges, quas in præcedente lectione de percussione corporum durorum proposuimus, omnibus corporibus perfecte congruerent, & corpora omnia post impulsum junctim moverentur ad partes eas, ad quas ante percussionem tendebat corpus fortius, hoc est, cujus momentum majus erat, & cum ea celeritate quam in supradictis legibus determinavimus. Verum cum pauca admodum dentur corpora in quibus non aliquid inest elasticitatis, nam molle lutum, cera & alia istiusmodi corpora quasdam aeris particulas in se continent, quæ ipsis virtutem aliquam elasticam reddere valeant; fit per vim illam elasticam, ut corpora non junctim post impulsum moveantur, sed à sese resiliant & diversa velocitate aliquando ad eandem aliquando ad contrarias partes moveantur; ut vero modus & causa hujus resilitionis intelligatur, res exemplo illustrari potest.

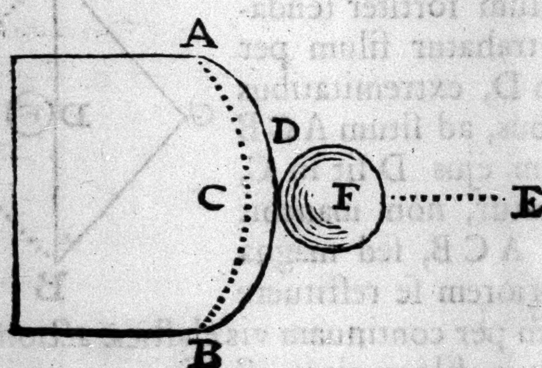
Sit A B filum sericum supra planum in aliqua tamen ab ipso distantia extensum; cujus duæ extremitates A B firmiter figantur, & filum fortiter tendatur: si jam trahatur filum per medium suum D, extremitatibus fixis manentibus, ad situm A C B ita ut punctum ejus D sit in C, & tunc dimittatur, non manebit filum in situ A C B, sed magna vi in situm priorem se restituere perget; & cum per continuam vis elasticæ actionem motus satis velox in filo genitus est, fit ut cum in situm A D B pervenerit in motu suo versus eandem partem perseverabit, donec vis elastica seu restitutiva huic motui continuo renitens, & tandem æquipollens, ipsum destruet,



destruet, & filum cum vi versus partes C urgebit, adeo ut cum rursus in situm A D B pervenerit, eandem vim habebit ulterius movendi versus C quam prius habuit tendendi versus partes E; atque sic eundo & redeundo continuas vibrationes efficiet.

Ponamus jam corpus F in filum A B irruere; filum per vim ipsi à corpore F illatum ex situ suo deturbabitur, & punctum ejus D, in quod incurrit corpus F, una cum F versus C movebitur; qui motus eousque continuabitur, donec vis fili restitutiva motui corporis F contraria ipsi æquipolleat; quod cum fit, destruetur motus omnis versus C; vis autem hæc elastica ulterius agens filum reducet, quod itaque corpus F urgebit & ipsum eadem velocitate secum movebit; sed (ob fortem quam hic supponimus fili tensionem) eadem vi se restituet filum, qua prius inflexum fuit; at vis qua inflectebatur momento corporis impingentis æquipollet (nam illud omne in filo flectendo impensum fuit) adeoque filum cum ea vi in corpus F agendo eandem motus quantitatem ipsi restituet quæ in flectione insumpta fuerit; adeoque corpus F cum eadem velocitate qua advenerat regredietur, atque sic fiet reflectio.

Ponamus jam loco fili corpus aliquod elasticum A B,



quod fixum & immobile supponere primo liceat; & ejus superficies A D B vi corporis ingruentis F introrsum

sum

sum comprimatur: quamprimum vis comprimens, hoc est, motus corporis F cessaverit, elater vi sua insita in pristinam figuram se restituet, & cum ea vi corpus F urgebit versus E; & si corpus utrumvis sit perfecte elasticum, vis elateris restitutiva vi ipsum comprimenti hoc est, momento corporis F æquipollebit, adeoque cum hac vi in corpus F agens illud cum eadem velocitate, quam prius habebat, reflectere coget. Si vero corpus A D B C non sit fixum, sed in tali statu ut motus ejus à nullo alio corpore impediatur vis elastica in utroque corpore æqualiter aget, & æquales motuum mutationes producet; nam si corpus A D B urget corpus F versus partes E, illud rursus à corpore F æqualiter urgebitur ad partes contrarias; & proinde corpora à se mutuo resilient. Atque sic demonstravimus qua ratione effectum sit, ut corpora post impulsum non junctim vel quiescant vel moveantur, sed à se invicem resiliendo diversa velocitate contrarias aliquando ineant vias, aliquando eandem.

Cartesiani, qui elasticitatis vim ad corpora reflectendum nesciebant, aliam plane diversam tradiderunt reflectionis causam: dixerunt enim motum motui non contrarium esse, sed directionem directioni; ideoque corpus unum in aliud incurrens reflecti, quia incurrentis motus non potest destrui, cum scil. secundum ipsos nihil motui contrariatur; at cum directio unius alterius directioni obstat, incurrens post impulsum ad contrarias partes reflecti voluerunt, eadem semper manente quantitate motus in percurso & percutiente.

Sed facile est ostendere hanc sententiam nec rationi nec experientiæ congruam esse; nam cum momentum seu quantitas motus sit vis seu energia illa qua mobile secundum directionem suam tendit, si corpora duo sibi mutuo directe occurrunt, vires secundum contrarias plagas impressæ contrariæ erunt; adeoque si æquales sint sese mutuo destruent; si inæquales, motus qui est minoris efficaciæ destruetur. Præterea corpus unum in aliud

majus quiescens vel secundum easdem partes segnius motum, impingens reflectitur; atqui hoc fieri non potest ob solà directionem directioni contrariam; si enim impingat corpus B in aliud majus A, quod vel quiescit vel versus easdem partes & tardius movetur; cum vis omnis quæ in utroque corpore reperitur tendat versus C, vis illa nunquam potest motum versus partes contrarias in utrovis corpore dirigere. Nam (per legem secundam) motus omnis fit secundum lineam qua vis imprimitur; atqui (ex hypothesi) omnis vis imprimitur secundum lineam B C, ab B versus C, quare si solummodo per vim corporibus insitam fieret reflectio motus, absque nova vi, fieret motus secundum contrariam plagam ei qua vis imprimitur; quod fieri non potest. Non igitur à vi prius impressâ oritur illa reflectio, sed à vi elastica, qua pollet utrumvis corpus, quæque secundum partem utramvis æqualiter agens corpora à sese discedere cogit.

Præterea, si motus motui non esset contrarius, multo facilius esset corpus semel motum in contrarias partes dirigere, quam penitus illud sistere; in priore enim casu motus corporis in manu reflectentis non recipitur, sed tantum in contrarias partes vertitur; in posteriore vero casu, motus ille omnis in corpus resistens impenditur; quod tamen est contra manifestam experientiam. Denique, si nihil motui contrarium esset, ubicunque corpus quodvis in aliud aliquod obstaculum incurreret, fieret semper reflectio, quod tamen experientiæ repugnat; nam plumbum, lutum, cera & alia corpora elasticitatis fere expertia, si in pavimentum cadunt, non reflectuntur; cum tamen pilæ conflatæ ex lana vel plumis, globuli eburnei, marmorei, vitrei, & alia ejusmodi corpora magna elasticitatis vi pollentia in idem pavimentum demissà fortiter resiliunt; reflectio igitur illa non à motu qui utrique corpori communis est, sed ab elasticitate

quæ

quæ solis reflectentibus peculiaris est provenit, quod erat ostendendum.

Sed quærant fortasse Cartesiani, quo pacto innotescit globos eburneos, vitreos, marmoreos, & alia reflectentia corpora, quæ durissima esse videantur, elasticitate pollere; respondeo illorum elasticitatem posse exinde concludi, quod cum percutiuntur tinnitum edunt, qui à vibrationibus corporis percussi oritur, eodem modo quo filum tensum suis vibrationibus undulationem aeris efficiebat; & proinde minime dubium est, quin corpora illa elaterio aliquo prædita sunt. Atque hoc quidem argumentum ipsorum vim elasticam probabilem reddit; sed aliud est argumentum, quo res hæc demonstrative probatur.

Sint enim duo globi vel eburnei vel vitrei, & si globorum figuræ essent perfecte sphæricæ, in uno tantum & indivisibili puncto sese tangerent; at cum hoc nulla arte humana fieri potest; tam prope tamen ad figuras sphæricas possunt perduci ut sese in puncto physico, hoc est, in parte visibili minima tangant. Si jam unius globi superficies atramento (aut quovis colore qui facile detergi potest) inficiatur, & alter in ipsum quiescentem impingat, experimento constat, non punctum tantum physicum globi incurrentis post impulsum alterius colore tingi, sed partem ejus superficiei satis magnam; atque hoc fieri non potest nisi ipsorum superficies per ictus vim mutatæ sint; post reflectionem autem utrumque globum pristinam figuram recuperare deprehendimus; quare globi hi habent vim elasticam qua sese in pristinam figuram per ictum deformatam restituere valeant. Q. E. D. Sequuntur jam regulæ motus pro corporibus elasticis.

THEOR. XXIV.

Si duo corpora perfecte elastica in se invicem impingant, eadem manebit ipsorum velocitas relativa ante & post impactum; hoc est,

corpora perfecte elastica eadem celeritate à sese mutuo post ictum recedunt, qua prius ad se invicem accedebant.

Nam (per cor. theor. 22.) vis compressiva seu ictus magnitudo in datis corporibus oritur à velocitate corporum relativa, & ipsi est proportionalis; & (per def. 11.) corpora perfecte elastica eadem vi sese in pristinam figuram restituunt, qua compressa fuere; hoc est, vis restitutiva æqualis est vi compressivæ, ac proinde vi qua corpora ad sese accedebant ante impactum æquipollet; sed per vim hanc restitutivam cogantur corpora à se invicem discedere, unde vis hæc in eadem corpora agens producet velocitatem relativam æqualem ei quam prius habebant, seu faciet ut corpora eâdem velocitate à se invicem recedant qua prius accessere. Q. E. D.

Cor. Æqualibus igitur temporibus ante & post impulsum sumptis, æquales erunt corporum à se invicem distantiæ, & proinde æquales quoque erunt in iisdem temporibus distantiæ corporum à communi gravitatis centro.

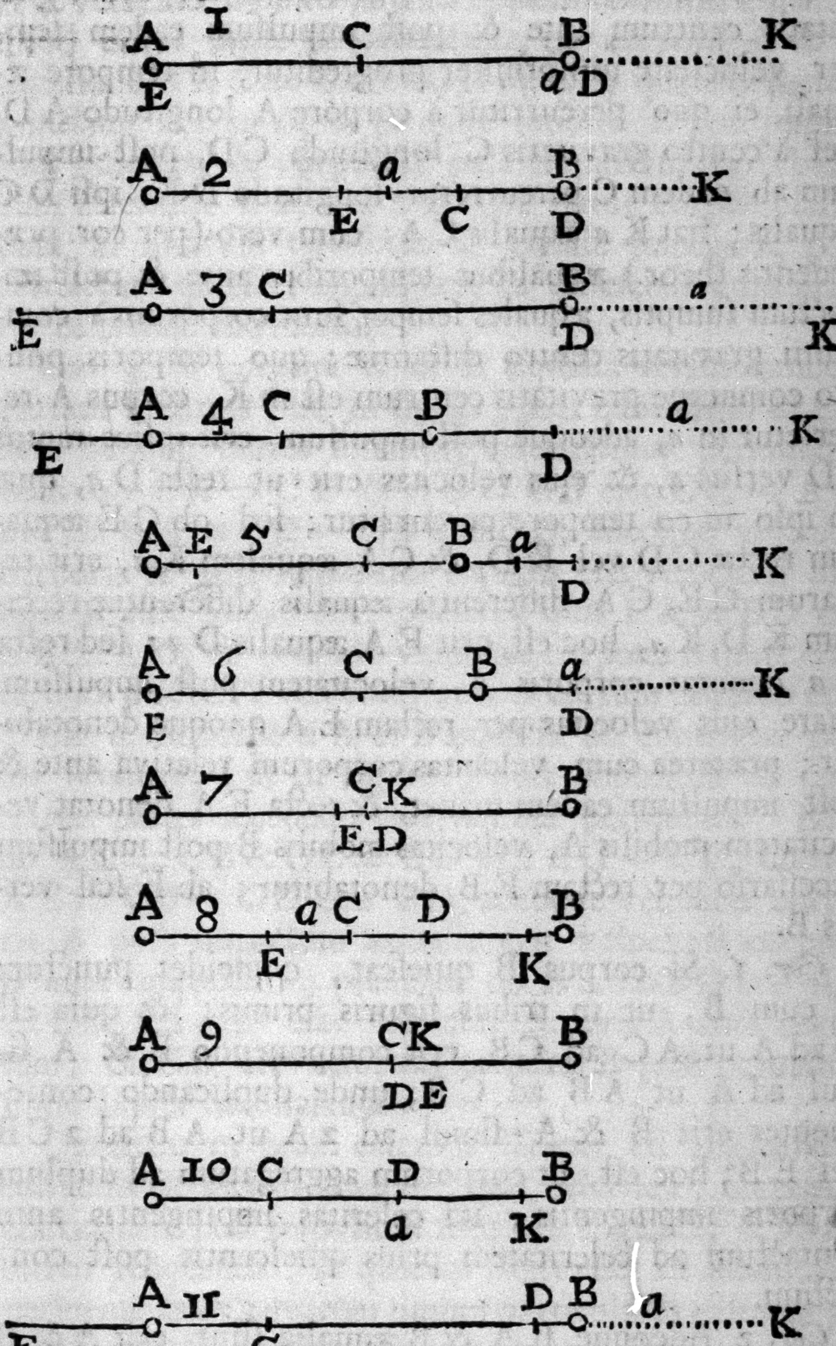
Ex hoc corollario regulæ congressuum in corporibus perfecte elasticis facile eruuntur, quod igitur in sequenti problemate præstandum est.

PROBL. III.

Corporum perfecte elasticorum & directe impingentium regulas congressuum determinare.

Omnes hujus problematis casus eâdem operâ constructos dabimus. Sint A & B duo corpora perfecte elastica, quorum commune gravitatis centrum sit C, & ponantur corpora concurrere in D, fiat C E æqualis C D; dico post concursum rectam E A exponere velocitatem corporis A ab E versus A, & rectam E B exponere velocitatem mobilis B ab E versus B.

Dem.


A 1 C B K
E a D
A 2 a B K
E C D
A 3 C B a
E D K
A 4 C B a K
E D
A E 5 C B a K
D
A 6 C B a K
E D
A 7 C K B
E D
A 8 a C D B
E K
A 9 C K B
D E
A 10 C D B
a K
A 11 D B a K
E C

Dem. Cum (per theor. 18.) commune corporum gravitatis centrum ante & post impulsum eadem semper velocitate uniformiter progreditur, in tempore æquali ei quo percurritur à corpore A longitudo A D, vel à centro gravitatis C longitudo C D, post impulsum ab eodem C percurretur longitudo D K, ipsi D C æqualis; fiat K *a* æqualis C A: cum vero (per cor. præcedentis theor.) æqualibus temporibus ante & post impactum sumptis, æquales semper sunt corporum à communi gravitatis centro distantiæ; quo temporis puncto commune gravitatis centrum est in K, corpus A reperietur in *a*, adeoque post impulsum erit ipsius motus à D versus *a*, & ejus velocitas erit ut recta D *a*, quæ ab ipso in eo tempore percurritur; sed ob C E æqualem rectæ C D vel K D, & C A æqualem K *a*, erit rectarum C E, C A differentia æqualis differentiæ rectarum K D, K *a*, hoc est, erit E A æqualis D *a*; sed recta D *a* denotat corporis A velocitatem post impulsum, quare ejus velocitas per rectam E A quoque denotabitur; præterea cum velocitas corporum relativa ante & post impulsum eadem manet, & recta E A denotat velocitatem mobilis A, velocitas mobilis B post impulsum necessario per rectam E B denotabitur; ab E scil. versus B.

Cor. 1. Si corpus B quiescat, coincidet punctum D cum B, ut in tribus figuris primis: & quia est B ad A ut A C ad C B, erit componendo B & A simul ad A ut A B ad C B; unde duplicando consequentes erit B & A simul ad 2 A ut A B ad 2 C B vel E B; hoc est, ut corporum aggregatum ad duplum corporis impingentis, ita celeritas impingentis ante contactum ad celeritatem prius qniescentis post contactum.

Cor. 2 Adeoque si A & B æqualia sunt, erit A & B = 2 A, unde E B celeritas corporis B post contactum erit æqualis A B celeritati corporis A ante contactum; & proinde coincidente puncto E cum puncto A, erit

A E

A E velocitas mobilis A post impulsum nihilo æqualis; quod etiam facile sic ostenditur, ob corpora A & B æqualia erit A C = C B = C D = C E, quare coincidit punctum E cum A, & proinde mobile A post impulsum quiescet, & corpus B post impulsum movebitur cum celeritate E B, vel A B. Si igitur corpus elasticum in alterum quiescens & æquale impegerit, post contactum quiescet impingens, & quiescens cum prioris celeritate movebitur.

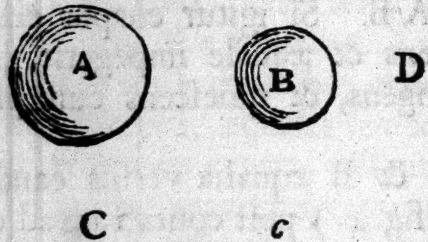
Cor. 3. Si corpora A & B æqualia versus eandem partem ferantur (ut in fig. 4.) post contactum ad easdem quoque partes ferentur, celeritatibus permutatis. nam ob C E = C D & A C = C B erit C E — A C, hoc est E A = C D — C B seu B D, adeoque velocitas corporis A post impactum æqualis erit velocitati mobilis B ante impactum; præterea quia E A = B D erit E B = A D, & proinde velocitas corporis B post contactum prioris A velocitati ante occursum æqualis erit.

Cor. 4. Si corpora A & B æqualia ad contrarias partes ferantur, (ut in fig. 10.) post impulsum ad contrarias partes recedent, celeritatibus permutatis. Nam ob A C = C B & C E = C D erit A C — C E, hoc est, A E = C B — C D seu B D, adeoque velocitas corporis A post impactum æqualis erit velocitati corporis B ante impactum; præterea ob E A = B D erit A D = E B; sed A D erat velocitas corporis A ante occursum, & E B est velocitas corporis B post occursum, unde liquet corollarium.

Quoniam in praxi calculus semper est adhibendus, convenit ut modus tradetur, quo celeritates corporum elasticorum post impulsum sunt investigandæ, & ad numeros reducendæ; & quidem facile esset ad modum superiorum corollariorum omnes particulares casus ex generali exposita constructione ad numeros revocare; facillime autem generalis calculus sic eruitur.

Ponamus primo corpora A & B versus eandem partem moveri; sitque C velocitas insequentis A, præcedentis

dentis vero B velocitas sit c; unde velocitas corporum relativa erit $C - c$, & summa motuum versus eandem partem $AC + Bc$; velocitas corporis A post impactum versus eandem qua prius plagam vocetur x; & quia



eadem manet corporum velocitas relativa ante & post impactum, velocitas corporis B erit $x + C - c$, est enim velocitas corporum relativa æqualis excessui velocitatis qua velocitas corporis celerioris superat velocitatem tardioris, adeoque excessus ille debet esse $C - c$; cum vero velocitas corporis A sit x erit ejus motus versus plagam D, Ax; & cum velocitas corporis B sit $x + C - c$ erit ejus motus versus eandem partem $Bx + BC - Bc$; & horum motuum summa æqualis erit summæ priorum motuum, hoc est, erit $Ax + Bx + BC - Bc = AC + Bc$; unde reducendo hanc æquationem, erit $Ax + Bx = AC - BC + 2Bc$ & $x = \frac{AC - BC + 2Bc}{A + B} =$ velocitati corporis A. Porro velocitas corporis B est $= x + C - c = \frac{AC - BC + 2Bc}{A + B} + C - c = \frac{AC - BC + 2Bc + AC + BC - Ac - Bc}{A + B} = \frac{2AC - Ac + Bc}{A + B}$.

Si BC sit major quam $AC + 2Bc$, erit x seu $\frac{AC - BC + 2Bc}{A + B}$ quantitas negativa, adeoque velocitas corporis A erit versus contrariam partem, & ejus motus versus D erit negativus. Si corpus B quiescat, hoc est, si sit $c = 0$, erit velocitas corporis A post impulsum $+ \frac{AC - BC}{A + B}$ prorsum aut retrorsum prout signum $+$ aut $-$ prævaluerit.

Si

Si corpora A & B celeritatibus C & c, versus contrarias partes lata, sibi mutuo directe impingant, erit ipsorum motus versus eandem partem $AC - Bc$; & velocitas corporum relativa erit $C + c$. Sit jam x velocitas corporis A post impactum; erit ejus motus versus eandem qua prius plagam Ax, & velocitas corporis B erit $x + C + c$, (nam velocitas corporum relativa per ictum non mutatur) & motus in corpore B versus D erit $Bx + BC + Bc$; unde summa motuum versus eandem partem, erit $Ax + Bx + BC + Bc$, quæ (per theor. 14.) æqualis erit $AC - Bc$, adeoque erit $Ax + Bx = AC - BC - 2Bc$ & $x = \frac{AC - BC - 2Bc}{A+B}$ & velocitas corporis B erit $\frac{AC - BC - 2Bc}{A+B} + C + c$ $= \frac{AC - BC - 2Bc + AC + Ac + BC + Bc}{A+B} = \frac{2AC + Ac - Bc}{A+B}$.

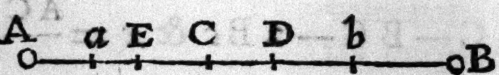
Si $BC + 2Bc$ sit major quam AC, erit motus corporis A retrorsum versus contrariam scil. partem, in quo casu erit x seu $\frac{AC - BC - 2Bc}{A+B}$ quantitas negativa.

Corporum durorum leges primus quod sciam recte tradidit *Joannes Wallisius* hujus Academiæ in Cathedra Geometriæ Saviliana celeberrimus Professor, in Transactionibus Philosophicis numero 43 ubi etiam primus veram causam reflectionum in aliis corporibus aperuit, & has ab elasticitate proficisci docuit. Postea, non longo temporis intervallo, clarissimi viri Dominus *Christophorus Wren* tunc temporis in hac Academia Astronomiæ Professor Savilianus, & Dominus *Christianus Hugens* leges, quas observant corpora perfecte elastica, Societati Regiæ Anglicanæ seorsim impertivere, & eandem prorsus constructionem dederunt, quamvis uterque quid ab altero factum de hac re fuit, inscius erat. Cum autem ipsi constructones & leges suas absque demonstratione in Philosoph. Transact. consignarunt; placuit

cuit

cuit hanc ipsorum elegantem admodum constructionem exinde depromere & demonstrare.

Non dissimili methodo construitur problema in corporibus quidem elasticis, sed quæ non se restituunt eadem vi qua comprimuntur. Sint enim duo quæcunque corpora A & B, quorum commune gravitatis centrum sit C;



secentur A C, B C ita in *a* & *b*, ut A C sit ad *a* C & B C ad *b* C ut vis elaterem comprimens ad vim qua elater se restituit; fiatque C E æqualis C D, erit E *a* velocitas corporis A post impulsum ab E versus *a*, & E *b* erit velocitas corporis B ab E versus D.

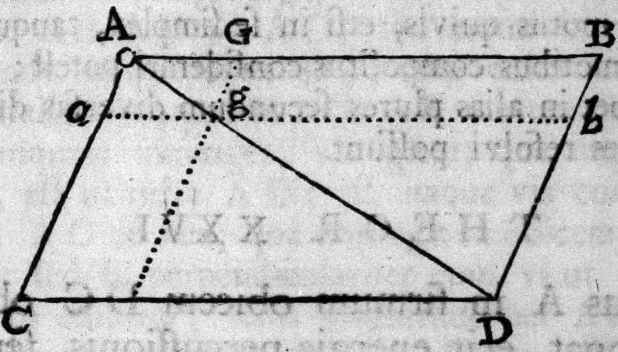
Quod si vis restitutiva æqualis sit vi compressivæ, coincidet punctum *a* cum A, & constructio redit ad priorem. Demonstratio facilis est præcedentem intelligenti, nec opus est ut apponatur.

THEOR. XXV.

Si mobile A in recta A B uniformiter moveatur; & interea recta linea illa A B, sibi semper parallela, motu etiam æquabili deferatur secundum directionem ad A C parallelam, sitque velocitas mobilis A ad velocitatem lineæ A B ut A B ad A C, & compleatur parallelogrammum A B D C, cujus diagonalis sit A D; erit hæc vera linea à mobili A motu suo descripta.

Cum

Cum linea A B ad ſitum *a b* pervenerit, ſit *g* locus mobilis A, & quia (per theor. 6.) ſpatia ſimul de-



ſcripta ſunt ut velocitates, erit *a g* longitudo à mobili A percurſa ad A *a* longitudinem à linea A B percurſam, ut velocitas mobilis A ad velocitatem rectæ A B, hoc eſt, (ex hyp.) ut A B ad A C; unde parallelogrammum *a* G ſimile erit parallelogrammo C B, & proinde (per 24. El. 6.) punctum *g* in diagonali A D locabitur; hoc eſt, corpus A ſemper in recta A D reperietur, adeoque hæc linea ab illo percurretur. Q. E. D.

Cor. 1. Eodem tempore deſcribitur à mobili A linea A D, quo abſque motu ſecundum A C lineam A B percurreret, aut quo abſque motu ſecundum A B deſcriberet rectam A C.

Cor. 2. Cum mobile ideo in recta A D deferatur, quod præter motum proprium participat quoque de motu loci ſui ſeu rectæ A B, & motus ejus ex utroque compoſitus ſit; ſi mobile aliquod motus ſecundum directiones A B, A C ſimul impreſſos habeat, ſintque motus illi vel vires à quibus producuntur ut rectæ A B A C, erit A D linea à mobili deſcripta, quod à duabus hiſce viribus motus impreſſos recepit, & ejus vis, qua in recta A D fertur, erit ad priores ſecundum A B A C ut diagonalis AD ad latera parallelogrammi AB,AC.

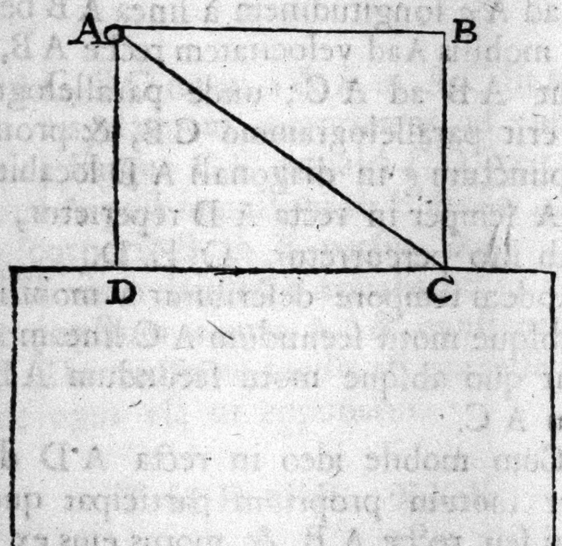
Cor. 3. Hinc è converſo, ſi mobile cum vi ut A D percurrat rectam A D, idem erit motus & ſecundum

 eandem

eandem directionem, ac si initio motus simul impelleretur à duabus viribus rectis A B, A C proportionalibus, secundum directiones ab A ad B & ab A ad C: atque hinc motus quivis, etsi in se simplex, tanquam ex pluribus motibus compositus considerari potest; & vires quælibet in alias plures secundum diversas directiones agentes resolvi possunt.

THEOR. XXVI.

Si corpus A in firmum obicem D C oblique impingat, erit energia percussionis, seu magnitudo ictûs obliqui ad magnitudinem ictûs,



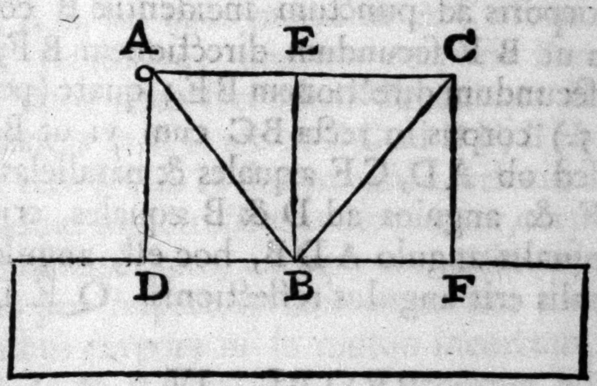
quem produceret idem corpus eadem celeritate perpendiculariter impingens, ut sinus anguli incidentiæ A C D ad radium.

Ab A in obicem dimittatur perpendicularis A D, si superficies obicis sit plana; vel si curva, dimittatur perpendicularis in planum tangens obicem in puncto incidentiæ C, & compleatur rectangulum D B. Jam (per corol.

corol. 3. præcedentis) motus corporis A ut A C in recta A C æquipollet duobus motibus simul impressis secundum directiones A B, A D, qui sunt ad motum in A C ut rectæ A B, A D ad A C; sed motui in recta A B nullo modo resistit obex D C; cum enim A B sit ad D C parallela, corpus in recta A B motum in obicem D C nunquam impinget; vis igitur, qua impingit in obicem, est ut recta A D; est itaque vis corporis A in recta A C ad vim, qua impingit in obicem, ut A C ad D C: sed si perpendiculariter cum vi ut A C impegisset in eundem, ictus magnitudo per A C repræsentaretur, motus enim totus per obicem destrueretur: quare erit magnitudo ictus obliqui ad magnitudinem ictus perpendicularis ut A D ad A C; hoc est, posito A C radio, ut sinus anguli incidentiæ ad radium.

THEOR. XXVII.

Si corpus perfecte elasticum in firmum obicem oblique impingat, ab illo ita reflectetur,



ut angulo incidentiæ æqualis sit angulus reflectionis.

Incidat corpus A perfecte elasticum in firmum obicem obliq ue secundum lineam A B; dico corpus illud

cum

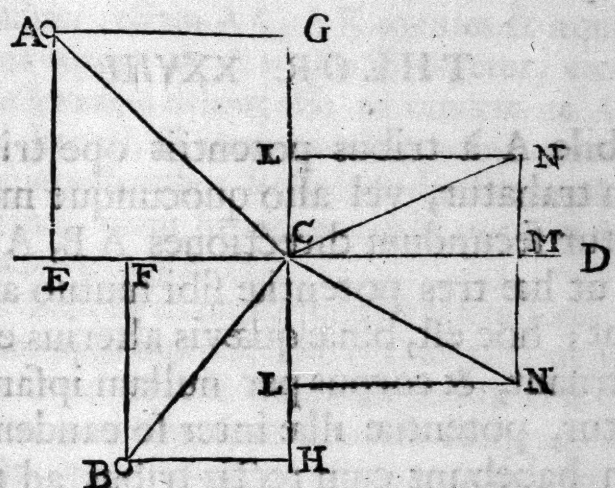
cum eadem celeritate ita in recta B C reflecti, ut angulo incidentiæ A B D æqualis ſit angulus reflectionis C B E. Recta A B exponat motum corporis A in directione A B; (per coroll. 3 theor 25.) reſolvitur hic motus in alios duos ſecundum directiones A E, A D, qui ſunt ad motum in A B ut A B ad A E, A D; ſed cum A E eſt ad ſuperficiem obicis parallela, & A D ad ipſam vel ſaltem ad planum obicem in C tangens perpendicularis, vis illa, qua impingit in obicem, eſt ea ſolummodo quæ eſt ut A D ſecundum directionem ad obicem perpendicularem agens; fiat jam B E æqualis & parallela ipſi A D, & B F æqualis D B vel A E, & compleatur rectangulum E F, quod erit per omnia ſimile & æquale rectangulo D E. Cum igitur motus ut A E ſecundum directionem ad obicem parallelam per ictnm non deſtruitur, quippe huic motui obex non eſt contrarius, poſt impulſum ad B permanet in corpore vis ut AE vel BF movendi ſecundum directionem B F; ſed ex natura elaſticitatis corpus, cum vi ut E B ſecundum directionem E B, in obicem impingens eadem vi ſecundum eandem directionem reflectitur; motus igitur corporis ad punctum incidentiæ B componitur ex motu ut B F ſecundum directionem B F, & motu ut B E ſecundum directionem B E; quare (per corol. 2. theor. 25.) corpus in recta B C cum vi ut B C movebitur; ſed ob A D, C F æquales & parallelas, item ob D B, B F & angulos ad D & B æquales, erit angulus C B F æqualis angulo A D B, hoc eſt, angulo incidentiæ æqualis erit angulus reflectionis. Q. E. D.

PROBL. IV.

Corporum oblique impingentium poſt occurſum determinare motus.

Moveantur corpora quæcunque A & B in lineis ad ſe invicem inclinatis A C, B C, quarum longitudines reſpective

respective exponant velocitates corporum A, B; recta DCE repræsentet planum à quo tanguntur corpora in puncto concursus; in quod ab A & B demittantur perpendiculares AE, BF, quæ exponant velocitates quibus corpora ad se invicem accedunt. Compleantur



rectangula EG, FH. (Per cor. 3. theor. 25.) corporis A resolvitur motus in duos alios secundum directiones AG, AE, ad quos motus in AC est ut AC ad AG, AE respective; similiter corporis B resolvitur motus in duos alios secundum directiones BF, BH; ad quos motus in BC est ut BC ad BF, BH respective: cum vero AG, BH sint parallelæ, velocitatibus, quibus secundum has directiones moveantur, corpora in se invicem non impingent, adeoque motus secundum hasce directiones per impactum non mutabitur; velocitates igitur quibus corpora in se mutuo incurrunt, sunt ut AE vel GC & BF vel HC. Corporum igitur A, B cum velocitatibus GC, HC in se mutuo directe incurrentium (per Probl. 2. si corpora dura sunt, vel per Probl. 3. si elastica) determinentur motus, sitque CL velocitas corporis A à C versus L post impactum ortum ex velocitatibus GC, HC. Cumque, ut ostensum est, manet in corpore vis movendi secundum directio-

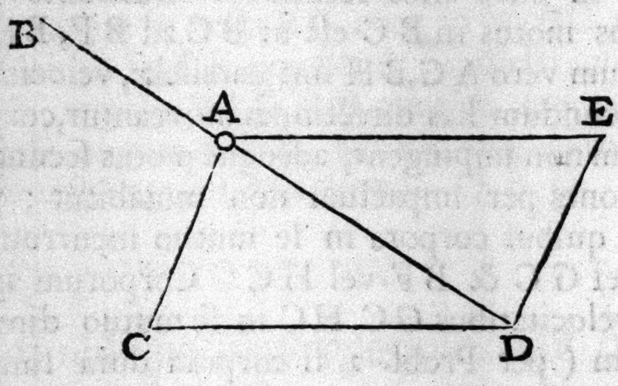
nem

nem ad A G parallelam cum velocitate ut A G, fiat CM æqualis A G, & compleatur rectangulum L M; in hujus diagonali C N movebitur corpus A post impactum cnm velocitate ut C N, ut patet (per corol. 2. theor. 25.) & similiter determinabitur motus corporis B post impulsum. Q. E. F.

THEOR. XXVIII.

Si mobile A à tribus potentiis ope trium filorum trahatur, vel alio quocunque modo urgeatur secundum directiones A B, A E, A C, ita ut hæ tres potentiæ sibi mutuo æquipolleant; hoc est, binæ quævis alterius effectum destruant, & corpus per nullam ipsarum moveatur, potentiæ illæ inter se eandem rationem habebunt cum rectis tribus ad ipsarum directiones parallelis & à mutuo concursu terminatis.

Exponat A D potentiam seu vim qua mobile A urgetur ab A versus B; vis huic æquipollens seu æqualis

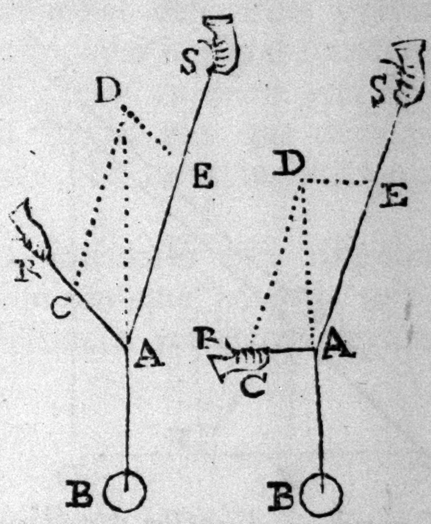


& corpus contrarie ab A versus D urgens etiam per A D exponetur; sed (per cor. 3 theor. 25.) vis ab A versus D corpus impellens æquipollet duabus secundum

dum directiones A C, A E agentibus, ad quas vis prior, ab A versus D agens, est ut A D ad A C, & A E vel C D respective; & vicissim vires, secundum rectas A C, A E agentes & vi corpus ab A versus D urgenti simul æquipollentes, debent esse ad vim eandem secundum A D ut A C & A E vel C D ad A D, quare etiam vires secundum rectam A C, A E agentes & æquipollentes vi, qua corpus ab A versus B urgetur, ejusque effectum destruentes debent esse ad eandem ut A C, C D ad A D; hoc est, si idem mobile à tribus potentiis sibi mutuo æquipollentibus secundum directiones A B, A C, A E urgeatur, erunt hæ tres potentiæ ut rectæ A D, A C, C B respective. Q. E. D.

Cor. 1. Cum in triangulo quovis latera sunt ut sinus angulorum oppositorum, erit A C ad C D ut sinus anguli A D C vel D A E ad sinum anguli D A C; unde quævis duæ potentiæ sunt inter se reciproce ut sinus angulorum, quos lineæ directionum cum linea directionis tertiæ potentiæ continent. Est præterea A D ad A C ut sinus anguli C vel C A E ad sinum anguli C D A vel D A E; & similiter potentia secundum A B agens est ad potentiam secundum A E ut sinus anguli C A E ad sinum anguli C A D.

Cor. 2. Si pondus B duæ potentiæ R S filorum ope secundum rectas A R, A S trahentes sustineant, punctum A à tribus potentiis urgetur, quarum duæ secundum directiones A R, A S agunt, & altera est vis gravitatis ponderis B, agens secundum rectam A B ad terram perpendicularem; unde erit potentia R ad vim gravitatis ut A C ad A D, vel ut sinus anguli D A E ad sinum anguli



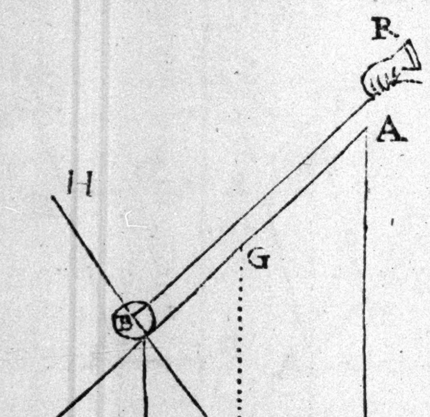
anguli C A E; & potentia S erit ad vim gravitatis ut E A ad A D, vel ſinus anguli C A D ad ſinum anguli C A E, & potentia R erit ad S potentiam ut ſinus anguli E A B ad ſinum anguli C A D.

Theorema hoc cum ſuis corollariis eſt fundamentum totius Mechanicæ novæ, quam Dominus *Varignion* edidit, & ab ipſo etiam immediate conſequuntur pleraque theoremata mechanica, quæ in eximio opere *Jo. Alphonſi Borelli* de motu animali continentur, & per hoc vires muſculorum æſtimari poſſunt.

THEOR. XXIX.

Si grave B plano inclinato incumbat, & à potentia R ſecundum directionem plano parallelam agens ſuſtineatur, ne in plano illo deſcendat; potentia R erit ad pondus corporis B ut ſinus anguli inclinationis ad radium.

Per punctum, ubi grave plano incumbat, ducatur ad communem ſectionem plani & horizontis perpendicularis A C, à cujus puncto quovis A dimittatur in planum horizontis perpendicularis A D, & jungatur CD; erit (per def. 6. El. 11.) A C D angulus inclinationis plani & horizontis, cujus ſinus eſt A D poſito C A radio. dico jam A C eſſe ad A B ut pondus corporis B ad potentiam R. Corpus enim B à tribus potentiis



ſecundum diverſas directiones agentibus & ſibi mutuo in æquilibrio poſitis urgetur, quarum prima eſt vis gravitatis

vitatis ſecundum directionem B E ad C D perpendicularem agens, ſecunda eſt potentia R corpus trahens ſecundum directionem B R ad A C parallelam, tertiæ autem potentiæ ſupplet vicem reſiſtentia ſeu contranitentia plani ſecundum lineam B H ſibi perpendicularem agens; nam reactio actioni ſemper eſt æqualis & fit in plagam contrariam, cumque planum perpendiculariter à mobili prematur ſecundum directionem B F, planum æqualiter reaget in corpus ſecundum directionem B H, & contranitentia illa æquipollet potentiæ ſecundum B H mobile urgenti; cumque hæ tres potentiæ ſunt ſibi mutuo in æquilibrio & mobile ab ipſis ſuſtinetur, ſi ducatur F G ad E B parallela, rectæ A C occurrens in G, erit potentia R ad vim gravitatis ut B G ad F G (per præcedens theor.) ſed ob triangulum C F G rectangulum & dimiſſam in baſim C G perpendicularem F B, eſt (per 8. El. 6.) ut B G ad F G ita F G ad G C, & ut F G ad G C ita (per 4. El. 6.) erit A D ad A C; quare eſt potentia R ad vim gravitatis ut A D ad A C, vel ut ſinus inclinationis plani ad radium. Potentia igitur aliqua poteſt grave in plano inclinato ſuſtinere, modo potentia illa ſit ad pondus gravis ut ſinus inclinationis plani ad radium. Q. E. D.

Cor. 1. Cum potentia R impediat deſcenſum gravis in plano A C, & ejus momento, quo in illo deſcendere nititur, æquipollet, ſequitur gravis cujuſque vim deſcendendi in plano inclinato eſſe ad vim qua deſcendere conatur in perpendiculo, ut ſinus inclinationis plani ad radium.

Cor. 2. Hinc etiam plani inclinatio talis aſſignari poteſt, ut ſuper illud quantulacunque potentia pondus quodcunque magnum ſuſtinere vel etiam elevare poteſt.

BRITISH
7 OC82
MUSEUM

CLARISSIMI HUGENII

THEOREMATA

DE

VI CENTRIFUGA

Et Motu Circulari demonstrata.

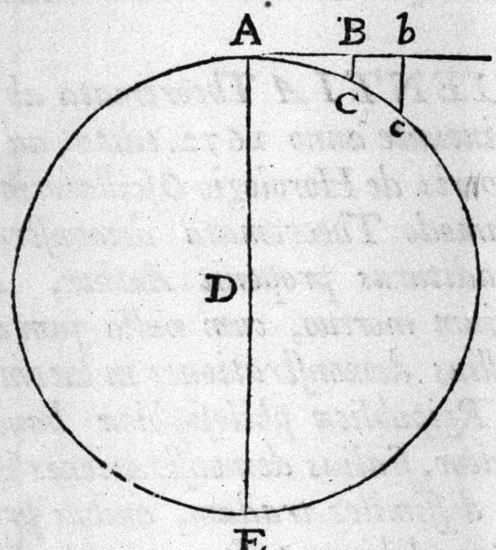
SEQUENTIA Theoremata ab illustri Authore ineunte anno 1672. *edita, ad calcem eruditi operis de Horologio Oscillatorio extant, ubi nuda solummodo Theoremata demonstrationes alio tempore traditurus proponit Author. Ipso autem per septennium mortuo, cum nulla jam amplius restat spes illius demonstrationes in lucem prodituras esse; opus Reipublicæ philosophicæ haud ingratum facturus videor, si alias demonstrationes* Hugenianis *forte haud dissimiles tradam, quibus præclara hæc inventa ultra dubium posita in naturalis scientiæ incrementum felicius cedant.*

DEFINITIO.

VIS centrifuga est vis illa, qua mobile quodcunque circa punctum aliquod ut centrum revolvens à centro illo recedere conatur. Nam cum

cum, juxta ſatis notam naturæ legem, corpus omne ſemel motum ſecundum eandem rectam ſemper uniformiter progredi nitatur, patet nullum mobile poſſe orbitam aliquam motu ſuo deſcribere niſi vi aliqua in orbita illa detineatur; ideoque oportet, ut vis illa, quæ centrum reſpicit, ſit æqualis vi per quam à centro recedere nititur.

E. g. Deſcribat mobile aliquod orbitam A C E, quod ubi ad A pervenit, deſtructa vi illa qua in orbita detinetur, progrederetur ſecundum tangentem A B, & in tempore aliquo minimo per A B rectam minimam deſignato ab orbita ſua recederet per ſpatium B C. Unde neceſſe



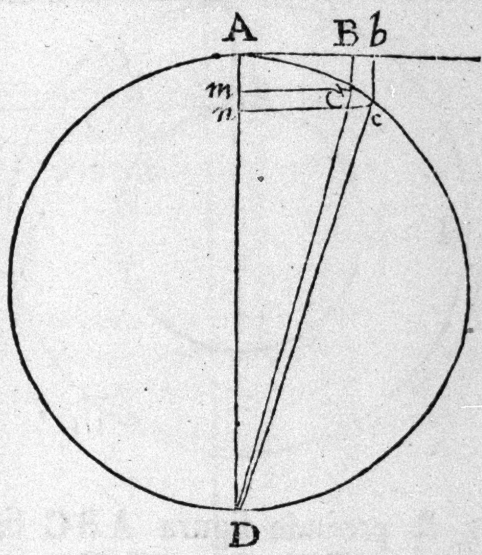
eſt, ſi mobile in eodem tempore arcum minimum AC deſcriberet, ut vis, qua urgetur in A verſus centrum D, faciat ut ſecundum directionem A D progrediens moveretur per ſpatium æquale B C, ac proinde vis centrifuga vi centripetæ erit ſemper æqualis. Atque hinc ſequitur tam vim centrifugam quam centripetam eſſe lineolis B C; *b c* in minimo dato tempore naſcentibus propor-

proportionales, & rite posse per tales rectas repræsentari. Quare quæcunque Cl. *Neutonus* (in Philosophia sua Natur. prop.4. & ejus Corollariis) de Vi Centripeta demonstravit, eadem omnia possunt vi centrifugæ applicari. Atque inde quatuor prima sequentia Theoremata facile fluunt, illarum tamen demonstrationes libet apponere.

LEMMA.

In circulo subtensæ anguli contactus evanescentes sive infinite parvæ sunt in duplicata ratione arcuum conterminorum.

Sint arcus illi A C, A c, subtensæ ad tangentem perpendiculares, B C, $b\,c$; ducatur diameter A D, & ad



diametrum perpendiculares C m, C n; & erit B C : $b\,c$ :: A m : A n : : A m x A D : A n x A D. Est vero (per 8. El. 6.) D A : A C : : A C : A m, & D A : A c : : A c : A n; quare erit D A x A m = A C q & D A x A n = A $c\,q$, quare est etiam B C : $b\,c$: : A C q : A $c\,q$. Q.E.D.

Cor. Hinc est B C $= \frac{\text{A C}q}{\text{D A}}$.

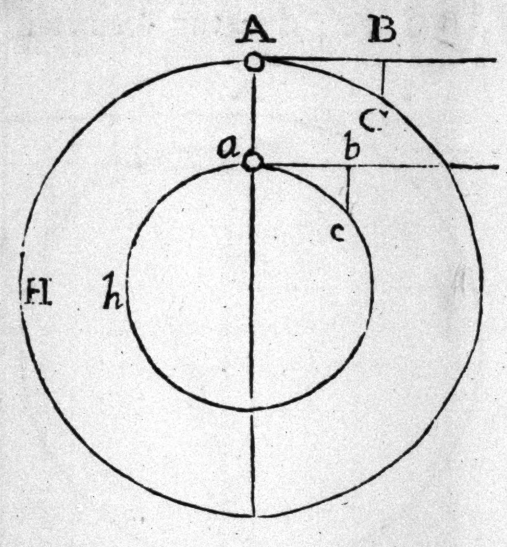
Hoc lemma in omnibus curvis primi generis universaliter demonstravit egregius Neutonus.

THEOR.

THEOR. I.

Si duo mobilia æqualia æqualibus temporibus circumferentias inæquales percurrant; erit vis centrifuga in majori circumferentia ad eam quæ in minore, ſicut ipſæ inter ſe circumferentiæ vel earum diametri.

Percurrat mobile A circumferentiam A C H, & eodem tempore mobile *a* circumferentiam *a c h*, ſintque A C, *a c*, arcus minimi ſimul deſcripti. Quia utraque peripheria æquali tempore percurritur, arcus illi



erunt ſimiles, & proinde figura A B C ſimilis erit figuræ *a b c*; quare B C : *b c* :: A C : *a c* :: periph. A C H : periph. *a c h*. Sed conſtat ex ſuperiore definitione eſſe vim centrifugam mobilis A ad vim centrifugam mobilis *a* ut B C ad *b c*. Quare erit vis centrifuga mobilis A ad vim centrifugam mobilis *a* ut periph. A C H ad periph. *a c h*, ſive ut illius diameter ad diametrum hujus. Q. E. D.

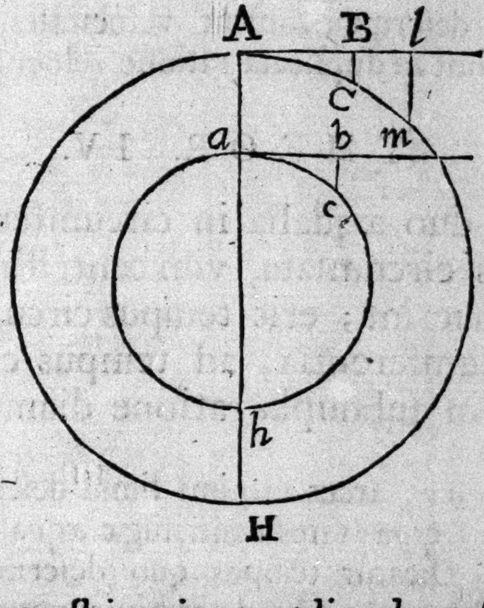
Cor. Hinc vice verſa ſi vires centrifugæ ſint ut diametri, tempora periodica erunt æqualia.

THEOR.

THEOR. II.

Si duo mobilia æqualia æquali celeritate ferantur in circumferentiis inæqualibus, erunt eorum vires centrifugæ in ratione contraria diametrorum.

Sint A C, *a c* arcus minimi ſimul deſcripti, qui ob æqualem in utroque mobili velocitatem, æquales erunt; fiat arcus A *m* ſimilis arcui *a c* & ducatur L *m* ad B C parallela; & erit vis centrifuga in majori circumferen-



tia ad eam quæ eſt in minore ut lineola naſcens B C ad naſcentem *b c*; Sed eſt B C ad *b c* in ratione compoſitâ ex B C ad L *m* & L *m* ad *b c*, & ex præcedente lemmate eſt B C ad L *m* ut A C*q* ad A *mq*, & eſt L *m* ad *b c* ut A *m* ad *a c* vel A C. Quare erit B C : *bc* :: A C*q* : A *mq* + A *m* : *ac* :: A C*q* : A *mq* + A *mq* : A *m* × *a c* :: A C*q* vel *a cq* : A *m* × *ac* :: *ac* : A *m*, hoc eſt, ut tota periph. *a c h* ad totam periph. A C H, ſive ut diameter *a h* ad diametrum A H. Q. E. D.

THEOR. III.

Si duo mobilia æqualia in circumferentiis æqualibus ferantur, ſed utraque motu æquabili, (qualem in his omnibus intelligi volumus) erit vis centrifuga velocioris ad vim tardiodioris in ratione duplicata celeritatum.

Sunt enim vires centrifugæ ut ſubtenſæ evaneſcentes anguli contactus, (quæ per hactenus demonſtrata) in eodem vel æqualibus circulis ſunt in duplicata ratione arcuum conterminorum, ſed arcus contermini, cum ſint ſpatia ſimul deſcripta, ſunt ut velocitates, quare vires centrifugæ ſunt in duplicata ratione velocitatum. Q.E.D.

THEOR. IV.

Si mobilia duo æqualia in circumferentiis inæqualibus circumlata, vim centrifugam æqualem habuerint; erit tempus circuitus in majori circumferentia, ad tempus circuitus in minori in ſubdupla ratione diametrorum.

Sint A C, *a c*, arcus minimi ſimul deſcripti; (vide fig. Theor. 2.) quia vires centrifugæ æquales ſunt, erit B C = *b c*. Dicatur tempus quo deſcribitur periph. A C H, T, & tempus quo deſcribitur periph. *a c h*, *t*: fiat arcus A *m* ſimilis arcui *a c*, & ponamus mobile aliquod eodem tempore percurrere circumferentiam A C H A quo percurritur circumferentia *a* c *h a*; & in eo caſu arcus in utraque peripheria ſimul deſcripti erunt A *m*, *a c*, ſed eſt velocitas mobilis in dato aliquo tempore percurrentis arcum A *m*, ad velocitatem mobilis eodem tempore percurrentis arcum A C, ut arcus A *m* ad arcum A C, adeoque cum tempus quo eadem

dem peripheria percurritur eſt ſemper reciproce ut velocitas, erit $T : t :: Am : AC$ & $T^2 : t^2 :: Amq : ACq :: ml : BC :: ml : bc$: hoc eſt ob arcum Am ſimilem arcui ac ut diameter AH ad diametrum ab, unde conſtat eſſe $T : t :: \surd AH : \surd ab$: Q. E. D.

Schol. Cum in omni caſu eſt vis centrifuga ad vim centrifugam ut BC ad bc, eſt vero $BC = \frac{ACq}{AH}$ & $bc = \frac{acq}{ab}$, erit vis centrifuga ad vim centrifugam ut $\frac{ACq}{AH}$ ad $\frac{acq}{ab}$; hoc eſt, ut quadrata arcuum ſimul deſcriptorum ad circulorum diametros applicata, & cum arcus illi ſunt ut velocitates, erunt vires centrifugæ etiam ut velocitatum quadrata ad circulorum diametros applicata.

LEMMA 2.

Si mobile in circumferentia circuli revolvat, ſpatium, quod mobile recta progrediens & urgente ſolummodo vi centrifuga ex motu illo circulari orta, in dato tempore percurreret, erit tertium proportionale circuli diametro & arcui, quem in circumferentia circuli revolvens eodem tempore deſcriberet.

Sit AC arcus quilibet in minima aliqua temporis particula deſcriptus, & deſignet n tempus quodlibet ſeu numerum quemlibet iſtiuſmodi particularum, erit $n \times AC$ arcus quem mobile in peripheria revolvens in dato tempore n deſcribet, & BC ſpatium quod in prima temporis iſtius particula, urgente vi centrifuga, percurreret. Cum autem mobile omne, vi eadem in eandem ſemper plagam continuata, deſcribat ſpatia in duplicata ratione temporum (per cor. 3. theor. 12. lect. 11. quippe quæcunque de gravitate demonſtrata ſunt, ea cuilibet alii vi uniformiter agenti applicari poſſunt) erit ſpatium urgente vi centrifuga in tempore n deſcriptum $= n^2 \times BC$. Sed (ut

 conſtat

constat ex lemmate primo) eſt A H : A C : : A C : B C, & ut A C ad B C ita $n \times$ A C ad $n \times$ B C ; quare eſt A H ad A C ut $n \times$ A C ad $n \times$ B C, & ducendo conſequentes in n, erit A H ad $n \times$ A C ut $n \times$ A C ad $n^2 \times$ B C, hoc eſt, diameter circuli, arcus in dato tempore deſcriptus, & ſpatium quod urgente vi centrifuga in eodem tempore percurreretur ſunt continue proportionalia. Q. E. D.

Cor. Si diameter circuli dicatur D, & arcus in quolibet tempore à revolvente mobili deſcriptus vocetur A, ſpatium quod urgente vi centrifuga eodem tempore deſcriberetur erit $\frac{A^2}{D}$; ſunt enim D, A, $\frac{A^2}{D}$ continue proportionales.

THEOR. V.

Si mobile in circumferentia circuli feratur, ea celeritate quam acquirit cadendo ex altitudine quæ ſit quartæ parti diametri æqualis, habebit vim centrifugam ſuæ gravitati æqualem ; hoc eſt, eadem vi funem, quo in centro detinetur intendit atque cum in eo ſuſpenſum eſt.

Vocetur diameter circuli D, & peripheria P : & cum ex hypotheſi velocitas mobilis in peripheria lati uniformis ſit, & æqualis illi quam acquirit cadendo per $\frac{1}{4}$ D, liquet quod mobile æquali tempore in peripheria revolvens deſcriberet arcum illius duplo æqualem, (per theor. 12. Lect. 11.) hoc eſt $= \frac{1}{2}$ D ; unde ex lem. 2. ſpatium ab impellente vi centrifuga interea percurſum erit $= \frac{1}{4}$ D : eſt enim D ad $\frac{1}{2}$ D ut $\frac{1}{2}$ D ad $\frac{1}{4}$ D ; ſed ex hypotheſi ſpatium quod mobile urgente vi gravitatis eodem tempore deſcribit eſt etiam $\frac{1}{4}$ D. Quare cum ſpatia à duabus hiſce viribus eodem tempore percurſa ſunt æqualia, erunt quoque vires illæ æquales.

Cor.

Cor. Hinc vice versa, si mobile in circumferentia latum habeat vim centrifugam suæ gravitati æqualem, ejus velocitas est ea quæ acquiritur cadendo per $\frac{1}{4}$ D.

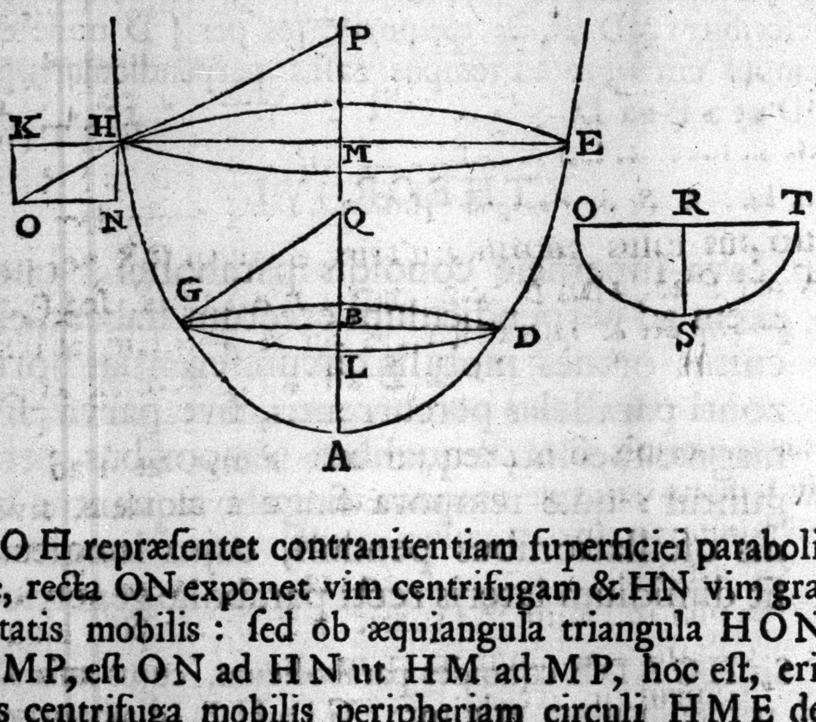
Cor. 2. Hinc tempus circuitus est ad tempus descensus per $\frac{1}{4}$ D ut P ad $\frac{1}{2}$ D sive ut 2 P ad D. Nam quo tempore mobile cum velocitate accelerata percurrit $\frac{1}{4}$ D, cum velocitate ultimò acquisita uniformiter motum percurret $\frac{1}{2}$ D: ac proinde cum velocitates sunt æquales, erunt tempora ut spatia percursa; hoc est, tempus, quo mobile percurrit peripheriam, est ad tempus quo describit $\frac{1}{2}$ D ut P ad $\frac{1}{2}$ D, sive ut 2 P ad D, sed tempus quo describitur $\frac{1}{2}$ D est = tempori casus per $\frac{1}{4}$ D unde erit tempus circuitus ad tempus casus perpendicularis per $\frac{1}{4}$ D ut 2 P ad D.

THEOR. VI.

In cava superficie conoidis parabolici, quod axem ad perpendiculum erectum habeat, circuitus omnes mobilis circumferentias horrizonti parallelas percurrentis, sive parvæ, sive magnæ fuerint, æqualibus temporibus peraguntur: quæ tempora singula æquantur binis oscillationibus penduli, cujus longitudo sit dimidium lateris recti parabolæ genetricis.

Sit H G A D E conoides parabolicum, cujus axis A P ad perpendiculum erigitur; G D, H E, diametri circulorum quorum peripherias horizonti parallelas mobile percurrit; quod igitur urgebitur à tribus potentiis sibi mutuo æquipollentibus secundum tres diversas directiones, quarum prima est vis gravitatis impellens mobile secundum rectam H N ad horizontis planum perpendicularem, secunda est vis centrifuga orta ex motu circulari, mobile urgens ab H versus K; tertiæ vero potentiæ supplet vicem resistentia seu contranitentia superficiei

perficiei parabolicæ ſecundum lineam H P ſibi perpendicularem agens, nam reactio actioni ſemper æqualis eſt, & fit in plagam contrariam; unde cum ſuperficies perpendiculariter à mobili premitur, hæc æqualiter reaget in corpus ſecundum directionem H P, & contranitentia illa æquipollet potentiæ ſecundum directionem H P mobile urgenti, quare cum mobile à tribus hiſce potentiis ſuſtinetur, erunt neceſſario ſibi mutuo in æquilibrio, *i.e.* binæ quævis alterius effectum deſtruent. Unde ducta O N ad H K parallela cum HN conveniente in N,



ſi O H repræſentet contranitentiam ſuperficiei parabolicæ, recta ON exponet vim centrifugam & HN vim gravitatis mobilis: ſed ob æquiangula triangula H O N, H M P, eſt O N ad H N ut H M ad M P, hoc eſt, erit vis centrifuga mobilis peripheriam circuli H M E deſcribentis ad vim gravitatis ejuſdem ut H M radius circuli ad M P ſubperpendicularem. Similiter in quavis alia peripheria G L D in ſuperficie conoidis, vis centrifuga mobilis ipſam deſcribentis eſt ad vim gravitatis ut G B radius ad B Q ſubperpendicularem. Porro quoniam eſt vis centrifuga mobilis peripheriam H M E percurrentis; ad vim gravitatis ut H M ad M P, & vis gravitatis ejuſdem mobilis eſt ad ejus vim centrifugam

cum

cum peripheriam G L D percurrit ut B Q ad B G sive (ex natura parabolæ) ut M P ad B G; erit ex æquo vis centrifuga mobilis peripheriam H M E percurrentis ad vim ejus centrifugam cum percurrit peripheriam G L D ut H M ad B G; hoc est, vires centrifugæ sunt ut semidiametri vel diametri circulorum, unde (per (corol. theor. primi) tempora periodica æquantur, quod primo erat demonstrandum.

Accipiatur jam circulus G L D talis ut ejus diameter G D sit æqualis lateri rectæ parabolæ H A E, unde ex natura parabolæ erit G B = B Q, adeoque vis centrifuga mobilis in peripheria G L D æqualis erit vi gravitatis; est igitur (per cor. præcedentis) velocitas mobilis in peripheria G L D ea quæ acquiritur cadendo per $\frac{1}{4}$ G D vel (ex natura parabolæ) per B A; fiat jam O S T cyclois cujus axis vel diameter circuli generatoris S R sit æqualis AB, & erit tempus descensus per cycloidem O S ad tempus casus perpendicularis per axem R S vel per B A ut $\frac{1}{2}$ P ad D per prop. 25. part. 2. *Horol. Oscil.* sed (per cor. præc.) est tempus descensus per A B ad tempus circuitus in periph. G L D ut D ad 2 P, quare ex æquo tempus descensus per cycloidem O S est ad tempus circuitus in periph. G L D ut $\frac{1}{2}$ P ad 2 P sive ut 1 ad 4; unde tempus quatuor descensuum per cycloidem, sive tempus binarum oscillationum in cycloide, æquatur tempori circuitus in peripheria G L D. Est vero tempus binarum oscillationum in cycloide æquale tempori binarum oscillationum minimarum in circulo, qui cum cycloide æquicurvus est ad verticem S; eo quod portio istiusmodi circuli & portio cycloidis ad verticem S fere coincidunt, & proinde eundem in rebus physicis præstant effectum, ut jam satis notum est. Sed radius circuli æquicurvi cum cycloide ad verticem S, vel quod idem est radius circuli osculantis cycloidem ad verticem æqualis est duplæ R S vel duplæ A B, (ut facile ex quinta & sexta propp. part. 3. *Horolog. Oscil.* sequitur) adeoque longitudo penduli in circulo illo oscillantis æqualis est

duplæ

duplæ A B ſive dimidio lateris recti parabolæ genetricis. Unde tempus oſcillationum minimarum penduli, cujus longitudo eſt, dimidium lateris recti æquale eſt tempori binarum oſcillationum in cycloide O S T vel tempori circuitus in peripheria G L D vel in periph. H M E. Q. E. D.

Cor. Hinc ſi mobile in circumferentia circuli ea celeritate feratur quæ acquiritur cadendo per $\frac{1}{4}$ diametri, tempus circuitus æquale erit tempori binarum oſcillationum minimarum penduli cujus longitudo ſit ſemidiameter circuli.

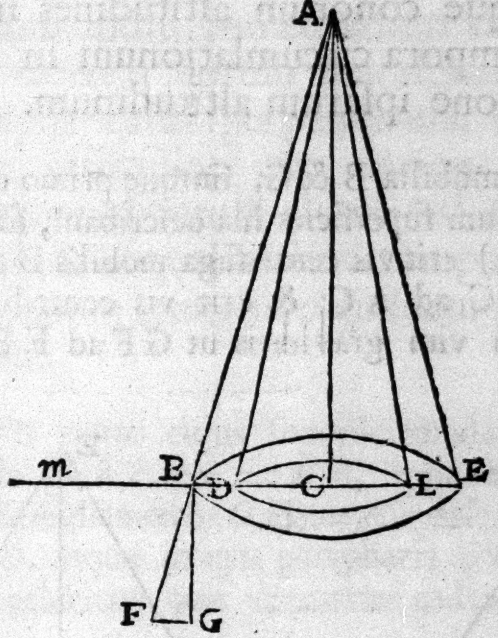
THEOR. VII.

Si mobilia duo ex filis inæqualibus ſuſpenſa gyrentur ita ut circumferentias horizonti parallelas percurrant, capite altero fili immoto manente, fuerint autem conorum, quorum ſuperficies fila hoc motu deſcribunt, altitudines æquales, tempora quoque circulationum æqualia erunt.

Sit A B E conus ille, cujus, ſuperficiem deſcribat filum A B; item A D L conus cujus ſuperficiem deſcribat filum A D; ſitque C centrum baſis utriuſque coni, & A C communis eorum altitudo. Conſideretur jam mobile B tanquam à tribus potentiis ſibi mutuo æquipollentibus tractum, quarum una, quæ eſt vis gravitatis, trahit mobile per rectam B G ad horizontis planum perpendicularem, altera, ſecundum directionem B *m* agens, eſt vis centrifuga qua mobile à centro ſuæ orbitæ C recedere conatur, tertia vero quæ, hiſce duabus æquipollet & reſiſtit, eſt contranitentia fili ſecundum directionem A B agens, eſt enim reſiſtentia fili loco potentiæ contrariæ ac eundem in hoc caſu præſtat effectum. Si ergo B F repræſentet actionem fili, vis mobilis centrifuga & vis gravitatis exponentur per rectas

F G

F G & B G (per theor 28. Lect. 14.) hoc est, vis centrifuga mobilis B erit ad vim gravitatis ut F G ad B G, sive (propter triangula æquiangula F B G, A B C,) ut



B C ad C A. Eodem modo erit vis gravitatis ad vim centrifugam mobilis D ut A C ad D C: quare ex æquo erit vis centrifuga mobilis B ad vim centrifugam mobilis D ut B C ad D C, hoc est, vires centrifugæ sunt ut semidiametri circulorum quorum circumferentias mobilia describunt, ac proinde (per cor. Theor. 1.) tempora circulationum sunt æqualia. Q. E. D.

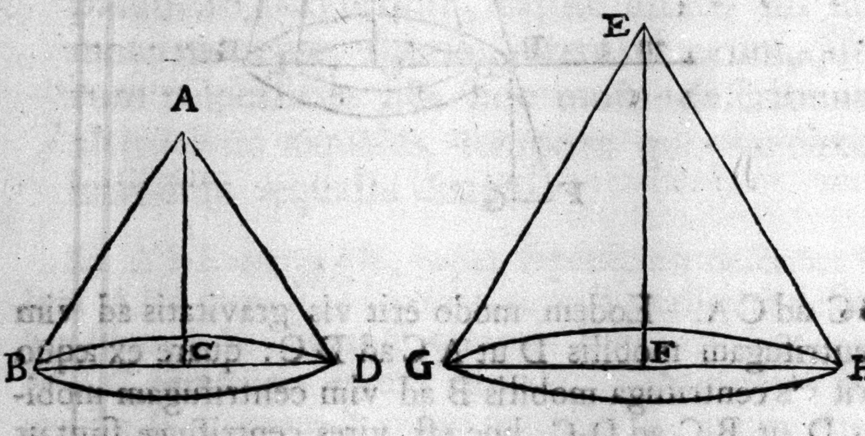
Cor. Hinc vis centrifuga est ad vim gravitatis ut semidiameter basis coni ad coni altitudinem.

Not. per vim gravitatis & vim centrifugam nos in hac demonstratione intelligere vires acceleratrices mobilium, nisi mobilia ponantur æqualia in quo casu possunt etiam sumi vires absolutæ.

THEOR. VIII.

Si duo mobilia, uti prius, motu conico gyrentur, filis æqualibus vel inæqualibus suspensa; fueruntque conorum altitudines inæquales, erunt tempora circumlationum in subduplicata ratione ipsarum altitudinum.

Sint duo mobilia B & G, sintque primo coni A B D, E G H, quorum superficies fila describant, similes; (per cor. Theor. 7.) erit vis centrifuga mobilis B ad vim gravitatis ut B C ad A C; & erit vis centrifuga mobilis G ad eandem vim gravitatis ut G F ad F E, sed pro-



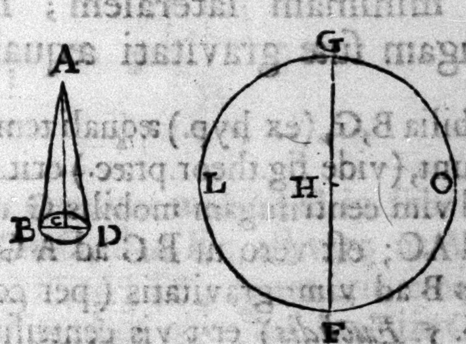
pter æquiangula triangula A B C, G E F, B C est ad A C ut G F ad F E, quare erit vis centrifuga mobilis B ad vim gravitatis ut vis centrifuga mobilis G ad eandem vim gravitatis, ac proinde vires illæ centrifugæ æquales erunt; erunt igitur (per Theor. 4.) tempora circuitus mobilium in subduplicata ratione semidiametrorum, hoc est, propter æquiangula triangula A B C, E G F, in subduplicata ratione altitudinum A C & E F. Sed qualescunque sunt coni quos fila describant, modo eorum altitudines invariatæ maneant, tempora

pora circulationum etiam invariata manebunt; quare in omni casu constat veritas hujus Theorematis. Q. E. D.

THEOR. IX.

Si pendulum motu conico latum circuitus minimos faciat; eorum singulorum tempora ad tempus casus perpendicularis ex dupla penduli altitudine eam rationem habent, quam circumferentia circuli ad diametrum: ac proinde æqualia sunt tempora duarum oscillationum lateralium ejusdem penduli minimarum.

Sit A D B conus cujus superficiem describit filum, ejus altitudo sit A *c* fere = A B, quia circuitus sunt minimi. Semidiametro G H = A *c* describatur circulus G L F O, atque in ejus peripheria ponatur mobile revolutum celeritate quæ acquiritur cadendo per ¼ suæ



diametri sive ¼ D. (Per Theor. 5.) erit ejus vis centrifuga vi gravitatis æqualis, sed est vis centrifuga mobilis B ad vim gravitatis, ac proinde ad vim centrifugam mobilis in periph. G L F lati, ut B *c* ad A *c* sive H F: quare mobilium B & G cum vires centrifugæ sunt ut radii, tempora circulationum erunt æqualia (per cor.

Theor. 1.) Est vero tempus descensus per G F sive D ad tempus descensus per $\frac{1}{4}$ D ut D ad $\frac{1}{2}$ D (per cor. 3. Theor. 12. Lect. 11.) & est tempus descensus per $\frac{1}{4}$ D ad tempus circuitus in periph. G L F ut $\frac{1}{2}$ D ad P; quare ex æquo erit tempus descensus per D ad tempus circuitus in periph. G L F sive ad tempus circuitus penduli A B c D ut D ad P. Pars posterior Theorematis liquet ex corollario theor. 6.

Cor. Hinc cum tempus casus perpendicularis est in subduplicata ratione spatii à gravi cadente percursi, erit tempus descensus ex altitudine penduli ad tempus circulationis minimæ ut $\sqrt{\frac{1}{2}} \times$ D ad P.

THEOR. X.

Si mobile in circumferentia feratur, circuitusque singulos absolvat eo tempore, quo pendulum longitudinem semidiametri circumferentiæ ejus habens, motu conico circuitum minimum absolveret, vel duplicem oscillationem minimam lateralem; habebit vim centrifugam suæ gravitati æqualem.

Quia mobilia B,G, (ex hyp.) æquali tempore circuitus suos absolvunt, (vide fig. theor. præc.) erit vis centrifuga mobilis B ad vim centrifugam mobilis G ut B C ad G H sive B C ad A C; est vero ut B C ad A C ita vis centrifuga mobilis B ad vim gravitatis (per cor. Theor. 7.) quare (per 9. 5. *Euclidis*) erit vis centrifuga mobilis G æqualis vi gravitatis. Q. E. D.

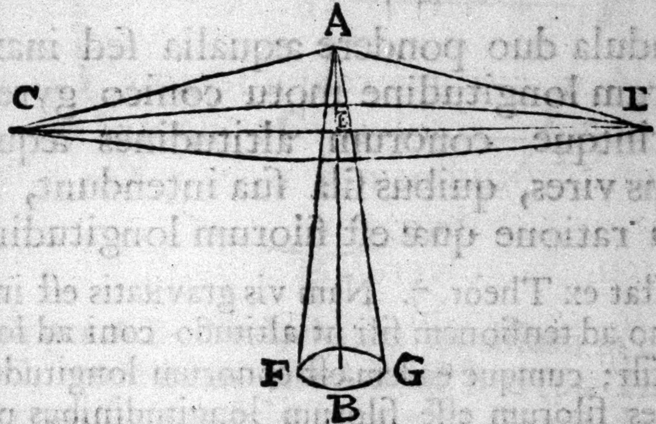
THEOR. XI.

Penduli cujuslibet motu conico lati tempora circuitus æqualia erunt tempori casus perpendicularis, ex altitudine penduli filo æquali,

cum

cum angulus inclinationis fili ad planum horizontis fuerit partium 2. ſcrup. 54. proxime: exacte vero, ſi anguli dicti ſinus fuerit ad radium ut quadratum circulo inſcriptum ad quadratum à circumferentia ejus.

Sit pendulum, cujus filum deſcribat ſuperficiem conicam C A D talem, ut ſit ſinus anguli A C E ad radium (hoc eſt A E ad A C) ut $\frac{1}{2}D^2$ ad P^2. Sit item A F G ſuperficies coni quem penduli filum motu minimo lati deſcribit, cujus proinde altitudo A B = A F = A C. Erit (per Theor. 8.) tempus circuitus mobi-



lis F ad tempus circuitus mobilis C in ſubduplicata ratione A B, ſive A C ad A E; eſt vero ut A C ad A E ita (ex hypoth.) P^2 ad $\frac{1}{2}D^2$, quare erit tempus circuitus mobilis F ad tempus circuitus mobilis C in ſubduplicata ratione P^2 ad $\frac{1}{2}D^2$, hoc eſt, in ratione P ad $\sqrt{\frac{1}{2}} \times D$. Eſt vero ut P ad $\sqrt{\frac{1}{2}} \times D$ ita (per cor. theor. 9.) tempus circulationis minimæ, hoc eſt, tempus circulationis mobilis F ad tempus caſus perpendicularis ex penduli altitudine; quare tempus circuitus mobilis F eandem habet proportionem ad tempus circuitus mobilis C, quam habet ad tempus caſus perpendicularis ex altitudine

altitudine æquali longitudini penduli; ac proinde (per 9. El. 4.) tempus circuitus mobilis C æquale erit tempori casus perpendicularis ex altitudine æquali longitudini penduli. Q. E. D.

Cum autem est P ad D circiter ut 314 ad 100, erit P^2 ad $\frac{1}{2} D^2$ ut 98596 ad 5000. est autem A C ad A E ex prius demonstratis ut P^2 ad $\frac{1}{2} D^2$, quare est 98596 ad 5000 ut A C ad A E, & ut A C ad A E ita (per trigonometriam) est sinus anguli A E C seu radius 100000 ad sinum anguli A C E, est autem ut 98596 ad 5000 ita 100000 ad 5070, qui igitur est sinus anguli A C E cui quamproxime respondent gradus 2, scrupula 54.

THEOR. II.

Si pendula duo pondere æqualia sed inæquali filorum longitudine motu conico gyrentur, fuerintque conorum altitudines æquales, eruns vires, quibus fila sua intendunt, in eadem ratione quæ est filorum longitudinis.

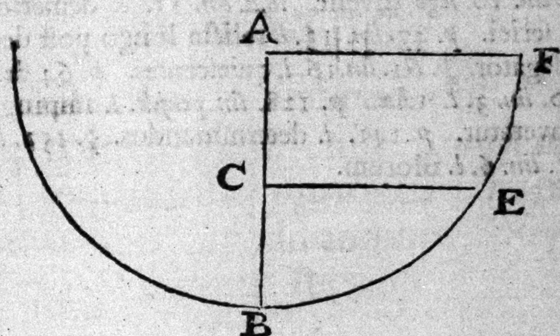
Constat ex Theor. 7. Nam vis gravitatis est in utroque cono ad tensionem fili ut altitudo coni ad longitudinem fili; cumque eadem est conorum longitudo patet tensiones filorum esse filorum longitudinibus proportionales. Q. E. D.

THEOR. XIII.

Si pendulum simplex oscillatione laterali maxima agitetur, hoc est, si per totam circuli quadrantem descendat, ubi ad punctum imum circumferentiæ pervenerit, tripla majori vi filum suum trahet, quam si ex illo simpliciter suspensum foret.

Sit pendulum A B per quadrantem F B motum, bisecetur A B in C, per quod ducatur C E ad A B perpendicularis

pendicularis circumferentiæ occurrens in E. Si pendulum ſolummodo per arcum E B deſcenderet, acquireret ad punctum B eandem velocitatem, ac ſi per C B $\frac{1}{4}$ diametri deſcendiſſet (per 8. prop. partis ſecundæ *Hugen.* de Horol. Oſcil.) adeoque (per Theor. 5.) habebit in puncto B vim centrifugam ſuæ gravitati æqualem: adeoque gravitas & vis centrifuga ſimul junctæ dupla majori vi filum trahent, quam ſi ſola adeſſet gravitas. Si vero pendulum elevetur ad F, poſt deſcenſum ad B, eandem acquiret velocitatem, ac ſi per A B cecidiſſet. Eſt vero A B ad B C in duplicata ratione velocitatis acquiſitæ in



deſcenſu per A B ad velocitatem acquiſitam in deſcenſu per B C, quare etiam erit A B ad B C (per Theor. 3.) ut vis centrifuga mobilis in puncto B poſt deſcenſum per F B ad vim centrifugam in puncto B poſt deſcenſum tantum per E B, adeoque vis centrifuga mobilis poſt deſcenſum per F B dupla erit vis centrifugæ poſt caſum per E B; hoc eſt, vis centrifuga in puncto B poſt caſum per F B dupla erit vis gravitatis; quare filum à vi centrifuga & vi gravitatis ſimul & ſecundum eandem directionem agentibus tripla majori vi trahitur, quam ſi à ſola gravitate tenderetur. Q. E. D.

FINIS.

ERRATA.

PAG. 8. *lin.* 10. *lege* divelli. *ibid. lin.* 11. *l.* demersorum. *p.* 34. *lin.* 4. *l.* seriei. *p.* 47. *lin.* 13. *l.* relicta longo post decessum. *ibid. lin.* 25. *l.* indagator. *p.* 61. *lin.* 16. *l.* quiescentes. *p.* 64. *lin.* 10. *l.* transigitur. *p.* 80. *lin.* 3. *l.* telas. *p.* 128. *lin. penult. l.* impingant. *p.* 138. *lin.* 18. *l.* moveretur. *p.* 141. *l.* determinandos. *p.* 152. *lin.* 7. *l.* illatam. *p.* 175. *lin.* 6. *l.* illorum.

BRITISH 7 OC 82 MUSEUM